CONTOH SPONTAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Buku ini hadir sebagai upaya untuk menggali dan memahami karakteristik contoh spontan dalam pembelajaran matematika yang tercipta melalui interaksi berpikir antara guru dan siswa. Pembelajaran matematika seringkali dipandang sebagai suatu proses yang kaku dan terstruktur, namun pada kenyataannya, adanya contoh spontan yang muncul selama proses pembelajaran dapat memberikan dampak yang signifikan terhadap pemahaman siswa. Buku ini diharapkan dapat memberikan wawasan baru mengenai pentingnya interaksi yang dinamis dalam menciptakan contoh-contoh yang relevan dan kontekstual bagi siswa, sehingga memudahkan mereka dalam memahami konsep-konsep matematika yang kompleks.

Dalam buku ini, kami mengkaji berbagai contoh spontan yang timbul dalam situasi pembelajaran matematika. Fokus utama adalah bagaimana interaksi antara guru dan siswa dapat merangsang pemikiran kritis dan kreatif siswa, serta bagaimana contoh-contoh spontan tersebut dapat memperkaya pengalaman belajar mereka. Selain itu, pembahasan ini juga mencakup teknik-teknik yang digunakan oleh guru untuk menggali ide dan pemikiran siswa, sehingga contoh spontan yang muncul lebih relevan dan mendalam.

Penerbit Haura Utama
Anggota KAPI Jawa Barat
Instagram: @haurautama
Website: penerbithaura.com
Email: haurautama@gmail.com

ISBN 978-634-208-185-3

Baharullah & Sriyanti Mustafa

CONTOH SPONTAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Editor:
Sitti Fithriani Saleh

CONTOH SPONTAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Baharullah
Sriyanti Mustafa

CONTOH SPONTAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Editor:
Sitti Fithriani Saleh

Baharullah
Sriyanti Mustafa

Haura Utama

Contoh Spontan dalam Pembelajaran Matematika,
karya Baharullah & Sriyanti Mustafa,
diterbitkan pertama kali oleh Penerbit Haura Utama, 2025

15,5 x 23 cm, 192 hlm

Editor dan Penata isi: Sitti Fithriani Saleh
Perancang sampul: Nita

CV. Haura Utama
Anggota IKAPI Nomor 375/JBA/2020
Nagrak, Benteng, Warudoyong, Sukabumi
+62877-8193-0045 hauraautama@gmail.com

Cetakan I, April 2025

ISBN: 978-634-208-185-3

penerbithaura.com

KATA PENGANTAR

Contoh Spontan dalam Pembelajaran Matematika membahas bagaimana contoh spontan yang muncul dalam interaksi antara guru dan siswa dapat memperkaya pemahaman matematika. Meskipun Sering dianggap sebagai mata pelajaran yang kaku dan terstruktur, matematika dapat menjadi lebih menarik dan mudah dipahami melalui contoh-contoh yang relevan dan kontekstual.

Buku ini mengkaji berbagai contoh spontan dalam pembelajaran matematika serta bagaimana interaksi yang dinamis dapat merangsang pemikiran kritis dan kreatif siswa. Selain itu, dibahas pula teknik-teknik yang digunakan siswa, sehingga contoh spontan yang muncul lebih bermakna.

Diharapkan buku ini dapat berkontribusi pada pengembangan pembelajaran matematika yang lebih inovatif dan interaktif serta menginspirasi para pendidik untuk lebih memperhatikan peran interaksi dalam pembelajaran. Dengan memahami peran contoh spontan dalam proses belajar, siswa dapat lebih aktif membangun pemahaman mereka dan menjadikan matematika sebagai mata pelajaran yang lebih menyenangkan.

DAFTAR ISI

BAB I
PEMBELAJARAN MATEMATIKA DAN INTERAKSI GURU DENGAN SISWA

Pembelajaran matematika merupakan usaha membantu siswa mengonstruksi pengetahuan melalui proses. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan Bruner (Suradi, 2005) bahwa mengetahui adalah suatu proses, bukan suatu produk. Proses tersebut dimulai dari pengalaman, dan pengetahuan dibangun dari pengalaman tersebut. Jadi proses pembelajaran matematika pada dasarnya bukanlah sekedar transfer gagasan dari guru kepada siswa, namun merupakan suatu proses dimana guru memberi kesempatan kepada siswa untuk melihat, memikirkan, dan mengonstruksi gagasan yang diberikan. Sebagaimana yang dikemukakan Cobb dkk (1992) bahwa siswa harus diberi kesempatan seluas-luasnya untuk mengonstruksi sendiri pengetahuan yang dimiliki. Menurut Anderson dkk (2010) bahwa siswa mengonstruksi pengetahuan dari lingkungan, berinteraksi dengan pengalaman dan objek yang dihadapi, dan mengadakan abstraksi, baik dengan cara yang sederhana maupun reflektif.

Pada saat siswa mengonstruksi pengetahuan, maka dia telah membangun pola berpikirnya. Nohda dan Shigeo (2000), mengemukakan bahwa beberapa hal yang harus diperhatikan guru dalam pembelajaran matematika adalah berpikir matematis harus sesuai dengan tingkat kemampuan siswa, jenis bahan ajar, manajemen kelas, peran guru, serta otonomi siswa dalam berpikir dan beraktivitas. Selanjutnya Nohda dan Shigeo (2000), menunjukkan bahwa agar kemampuan berpikir matematis siswa dapat berkembang secara optimal, siswa harus memiliki kesempatan yang sangat terbuka untuk berpikir dan beraktivitas dalam memecahkan berbagai permasalahan. Dengan demikian pemberian otonomi seluas-luasnya kepada siswa dalam berpikir untuk menyelesaikan permasalahan dapat menumbuhkembangkan penalaran siswa secara optimal.

Dalam kegiatan pembelajaran terdapat interaksi guru dengan siswa yang melibatkan proses berpikir siswa. Interaksi ini tidak boleh mengesampingkan proses berpikir siswa. Hal ini disebabkan proses berpikir siswa akan menentukan bentuk konsep yang dibangun oleh siswa selama kegiatan pembelajaran. Oleh karena itu, dalam pembelajaran hendaknya guru juga memperhatikan proses berpikir siswa karena dapat menentukan konsep yang akan dibangun siswa selama kegiatan pembelajaran. Apabila konsep yang dibangun oleh siswa telah sesuai dengan materi yang dipelajari maka tujuan pembelajaran telah tercapai.

Dalam proses pembelajaran, guru harus menguasai materi pelajaran yang akan diberikan kepada siswa. Ketika siswa mengonstruksi konsep yang dibangun dari materi yang diajarkan oleh guru, siswa dapat berinteraksi dengan guru untuk menyelesaikan suatu permasalahan, kemudian siswa akan mengomunikasikan tentang pendapat-pendapatnya sehingga siswa menemukan penyelesaian yang tepat. Pada kegiatan interaksi inilah antara guru dan siswa terjadi suatu proses interaksi berpikir dalam menyelesaikan permasalahan secara tepat.

Beberapa hasil penulisan menekankan pentingnya interaksi siswa dalam proses pembelajaran matematika (Elbers, 2003; Steinbring, 2006; Nührenbörger & Steinbring, 2009; Tucker dkk, 2012). Menurut Webb (Nührenbörger & Steinbring, 2009) bahwa interaksi siswa yang berkaitan dengan pemecahan masalah melalui contoh berpengaruh terhadap hasil belajar matematika. Selanjutnya, Cooper (dalam Suradi, 2005) mengungkapkan bahwa kelas matematika merupakan suatu tempat guru dan siswa membangun

lingkungan sosial yang interaktif, dengan tujuan utama meningkatkan proses pembelajaran. Namun demikian, interaksi guru dan siswa dalam pembelajaran matematika, khususnya interaksi berpikir Guru-Siswa dalam pembelajaran matematika masih kurang mendapat perhatian. Interaksi berpikir di dalam pembelajaran matematika sebagaimana yang dikemukakan di atas, mempunyai potensi yang besar untuk meningkatkan prestasi belajar siswa. Oleh karena itu, perlu ada upaya bagaimana menumbuhkembangkan interaksi berpikir Guru-Siswa dalam pembelajaran matematika, agar dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan prestasi belajar siswa, khususnya interaksi berpikir Guru-Siswa yang berkaitan dengan penggunaan contoh dalam pembelajaran matematika.

Peranan proses berpikir bagi guru adalah untuk menafsirkan dan menerjemahkan konsep-konsep yang kompleks ke tingkat yang sesuai dengan pengalaman belajar siswa. Demikian pula penting bagi guru mengembangkan pemahaman materi yang akan diberikan kepada siswa. Ketika guru tidak sepenuhnya memahami materi dengan baik maka ia tidak akan mampu mengajarkannya dengan baik (Lederman, dkk, 2000). Ini menjadi masalah serius ketika konsep-konsep yang salah disampaikan kepada siswa sebagai hasil dari kurangnya pemahaman pengetahuan guru yang mendalam mengenai mata pelajaran (Deborah dkk, 2005)

Kemampuan yang sangat penting dalam membentuk kapabilitas siswa adalah kemampuan komunikasi matematis. NCTM (2000) mengemukakan bahwa kemampuan komunikasi matematis perlu dibangun dalam diri siswa agar dapat: (1) memodelkan situasi dengan lisan, tertulis, gambar, grafik, dan secara aljabar; (2) merefleksi dan mengklarifikasi dalam berpikir mengenai gagasan-gagasan matematis dalam berbagai situasi; (3) mengembangkan pemahaman terhadap gagasan-gagasan matematis termasuk peranan definisi-definisi dalam matematika; (4) menggunakan keterampilan membaca, mendengar, dan melihat untuk menginterpretasikan dan mengevaluasi gagasan matematika; (5) mengkaji gagasan matematika melalui konjektur dan alasan yang meyakinkan; serta (6) memahami nilai dari notasi dan peran matematika dalam pengembangan gagasan matematis.

Komponen penting dari kemampuan komunikasi matematis seringkali digunakan dalam membuat representasi. Representasi merupakan bentuk dari model atau diagram yang digunakan untuk mengilustrasikan konsep matematika dan keterkaitanya. Menurut Herman (2005), ketika guru menggunakan representasi dalam menyampaikan gagasan matematika, guru harus berhati-hati dalam membuat asumsi bahwa representasi diartikan sama oleh guru ataupun siswa. Sedangkan McCoy, dkk, (1996) mengemukakan bahwa cara terbaik untuk membantu siswa memahami matematika melalui representasi adalah dengan mendorong mereka untuk menemukan atau membuat suatu representasi sebagai alat atau cara berpikir dalam mengkomunikasikan gagasan matematika.

Salah satu representasi adalah contoh, hal ini dimaksudkan untuk membantu peserta didik memahami matematika. Bills dkk (2006), mengemukakan bahwa ketika seorang guru menyajikan contoh, ia memandang generalisasi dan berkaitan dengan apa merepresentasikan contoh. Contoh dapat berguna sebagai alat mediasi antara peserta didik dengan konsep-konsep matematika. Contoh sangat penting untuk membantu peserta didik dalam mencapai apa yang disebut sebagai "perubahan konseptual" (Tirosh & Tsamir, 2004). Sedangkan (Zodik, dkk, 2008) mengemukakan bahwa contoh sangat penting untuk generalisasi, abstraksi dan penalaran analogis.

Contoh dapat dipandang sebagai pengetahuan dasar yang diperlukan dalam proses pembelajaran serta dapat meningkatkan pengetahuan guru. Ball (dalam Zaslavsky, 2006) mengemukakan bahwa ada hubungan antara pengetahuan dasar guru untuk membangun contoh pembelajaran yang kuat dengan pengetahuan yang tercermin melalui penggunaan contoh, guru dapat menggunakan urutan contoh untuk membantu siswa mengungkapkan pola yang mendasari sebuah fenomena matematika. Selanjutnya, Shulman dan Harel (2005) mengemukakan bahwa ada tiga aspek pengetahuan guru yang sangat berhubungan dengan contoh dalam pembelajaran matematika, yaitu: (1) pengetahuan matematika, (2) pengetahuan belajar siswa, dan (3) pengetahuan konten pedagogik.

Sehubungan dengan penulisan buku ini, penulis melakukan observasi awal sebagai referensi di dua sekolah menengah pertama di Sulawesi Selatan. Observasi awal ini melibatkan guru matematika dengan masing-masing satu orang guru pemula dan guru ahli (berpengalaman). Dalam observasi tersebut, pemilihan contoh dalam proses pembelajaran matematika, khususnya guru pemula masih terpaku pada contoh yang ada di buku paket. Sedangkan guru berpengalaman sudah mempersiapkan sebelumnya (dalam rencana pembelajaran) tentang contoh yang akan dimunculkan ketika membahas materi aritmetika.

Pemilihan contoh merupakan tanggung jawab guru yang menantang, membutuhkan banyak pertimbangan, terutama pilihan contoh tertentu dan perlakuan contoh yang dapat memfasilitasi belajar. Goldenberg & Mason (2008) berpendapat bahwa contoh yang baik tidak hanya tergantung pada tujuan guru, atau konsistensi internal matematika, tetapi juga pada kejelasan tujuan seperti yang dirasakan oleh peserta didik. Menurut Zaslavsky (2008) bahwa contoh dalam pembelajaran yang baik sebagai salah satu yang mengkomunikasikan tujuan guru kepada sasaran peserta didik. Hal ini tentu menunjukkan bahwa sangat penting bagi guru untuk dapat memilih atau mengonstruksi contoh yang sesuai dengan tujuan pembelajaran yang diharapkan.

Memilih dan menghasilkan contoh dalam mengajar, sering dibutuhkan dalam pengambilan keputusan saat terjadi interaksi berpikir di dalam kelas. Dalam interaksi berpikir, kualitas pengetahuan matematika seorang guru mempengaruhi apa yang dijarkan dan bagaimana mengajarkannya. Zodik dkk (2008) mengemukakan bahwa pengetahuan belajar siswa mengacu pada pemahaman guru tentang bagaimana siswa dapat mengetahui dan bagaimana siswa dapat mengonstruksi pengetahuan yang ada untuk memperoleh pengetahuan baru. Selanjutnya, Simon (1995) menghubungkan pengetahuan guru, pra perencanaan pengajaran, dan interaksi berpikir di dalam kelas yang sebenarnya sering mengadakan tindakan spontan. Tindakan spontan tersebut mengarah ke modifikasi atau konstruksi contoh baru, yang sering disebut contoh spontan.

Contoh spontan itu dimunculkan ketika siswanya tidak memahami materi yang dijelaskan oleh guru, atau ketika siswanya melakukan kesalahan, atau ketika siswanya mungkin berdiskusi dan terjadi pemahaman konsep yang berbeda, atau mungkin ketika siswanya menanggapi atau mengklaim penjelasan guru. Zodik dkk (2008), mengemukakan satu kasus contoh spontan terlihat dalam situasi dimana guru memiliki rencana yang jelas untuk pelajaran, tetapi tidak ada contoh-contoh spesifik.

Hasil observasi awal terhadap Guru Pemula (GP) dalam proses pembelajaran matematika, menunjukkan bahwa ketika GP membahas materi disertai dengan contoh (diambil dari buku paket), sebagian siswa mengalami kesulitan (pemahaman konsep yang terputus) atau diistilakan dalam penulisan ini trouble sambung. Dalam hal ini ketika GP menjelaskan contoh sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi, beberapa siswa mengalami kesulitan menentukan nilai salah satu variabel dari sistem persamaan linear tersebut. Misalnya ketika GP melakukan proses eliminasi $2x + y = 8$ dan $x - y = 10$, diperoleh $3x = 18$ atau $x = 6$. Siswa tersebut mengalami kebingungan dalam menentukan nilai x, bahkan siswa tersebut bertanya "darimana diperoleh $x = 6$, kenapa bisa $3x = 18$ menjadi $x = 6$?". Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut belum memahami sifat operasi perkalian pada bilangan bulat. Demikian pula ada siswa yang bertanya "Pak, kenapa bisa $y + (-y)$ sama dengan nol?", dalam pikiran siswa bahwa bila simbol dijumlahkan atau dikurangkan tidak boleh sama dengan nol. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami trouble senjang (istilah dalam penulisan ini) terhadap pengetahuan factual. Akibat trouble yang dialami oleh siswa tersebut, GP memunculkan contoh yang berbeda (contoh spontan), selanjutnya contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi dengan menerapkan sifat-sifat operasi perkalian maupun operasi pembagagian pada bilangan bulat. Dalam penulisan ini, contoh spontan tersebut dinamakan contoh spontan ilustratif.

Selanjutnya, hasil observasi awal terhadap Guru Berpengalaman (GA) dalam proses pembelajaran matematika menunjukkan, bahwa ketika GA membahas materi barisan aritmetika dengan memberikan contoh yang sudah disiapkan sebelumnya (contoh direncanakan), yaitu barisan aritmetika 2, 10, 18, 26, …. Selanjutnya GA menjelaskan suku ke-n dari barisan itu, dengan menjelaskan terlebih dahulu penentuan suku pertama dan beda dari barisan tersebut. Setelah GA menjelaskan contoh di atas melalui proses ilustrasi, salah seorang siswa bertanya "bagaimana kalau beda (b) pada barisan itu negatif?". Nampaknya ada kesenjangan dalam pikiran siswa dalam menentukan suku ke-n pada suatu barisan, dengan kata lain siswa tersebut mengalami trouble senjang (istilah dalam penulisan ini). Menanggapi pertanyaan siswa tersebut, GA memunculkan contoh yang berbeda (contoh spontan), yaitu tentukan suku ke-n (Un) barisan aritmetika 10, 5, 0, -5, … . Selanjutnya, GA menunjuk salah seorang siswa menyelesaikan dipapan tulis, namun jawaban yang ditulis siswa tersebut, masih ada beberapa siswa yang mengajukan tangan, "bu, saya belum mengerti!". G2 menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi. Dalam penulisan ini, contoh spontan tersebut dinamakan contoh spontan klarifikatif.

Contoh spontan dimaksudkan berkarakteristik ilustratif, bila contoh spontan yang dimunculkan guru akibat siswa mengalami trouble jenis sambung (konsep yang terputus dalam pikiran siswa) dalam memahami penjelasan contoh sebelumnya, selanjutnya contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi. Sedangkan contoh spontan dimaksudkan berkarakteristik klarifikatif, bila contoh spontan yang dihasilkan guru akibat siswa mengalami trouble jenis senjang (adanya perbedaan konsep atau perbedaan pemahaman dalam pikiran siswa) dalam memahami penjelasan contoh sebelumnya, selanjutnya contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses klarifikasi,

Zodik dkk (2008) berdasarkan pengamatannya, mengemukakan bahwa guru menanggapi pertanyaan seorang siswa mengenai kemungkinan segitiga memiliki dua sudut tumpul. Guru mengilustrasikan dua sudut tumpul dengan dua sisi yang umum, seperti gambar berikut.

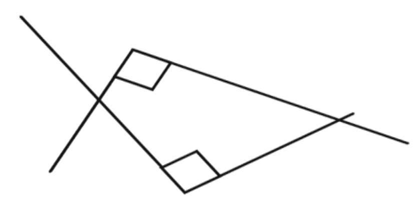
guru menggambarkan contoh mengapa segitiga tidak dapat memiliki lebih dari satu sudut tumpul

Hal ini menarik perhatian siswa terhadap konstruksi yang diilustrasikan oleh guru, yang digambarkan mengapa sisi dari dua sudut tumpul tidak berpotongan dengan cara "tertutup untuk segitiga". Jadi tidak mungkin sebuah segitiga memiliki dua sudut tumpul. Contoh kasus seperti di atas, karena penjelasan guru terhadap contoh (contoh spontan) melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi maka dalam penulisan ini contoh spontan seperti itu dinamakan contoh spontan konfirmatif.

Selanjutnya, contoh spontan dimaksudkan berkarakteristik konfirmatif, bila contoh spontan yang dihasilkan guru akibat siswa mengalami trouble jenis sendat dan atau jenis sambung dalam

memahami penjelasan contoh sebelumnya, selanjutnya contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi dan melalui proses klarifikasi atau sebaliknya (melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi).

Selain karakteristik, ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif yang dijelaskan di atas, contoh spontan juga memiliki karakteristik konflik kognitif (kontradiktif) yang merupakan contoh pembanding. Zaslavsky dkk (2008) dalam observasinya menemukan satu kasus contoh spontan dalam pembelajaran geometri, dimana guru memunculkan contoh kontradiktif (counter example) dalam menanggapi klaim tak terduga dari siswa, bahwa jika dalam segiempat ada dua sudut berhadapan sama adalah layang-layang. Agar meyakinkan siswa bahwa klaim ini tidak benar, guru memunculkan contoh kontradiktif dengan mengambil dua sudut siku-siku yang tepat dan memindahkan kedua sudut tersebut sampai berpotongan, seperti ditunjukkan pada gambar berikut.



Contoh spontan segiempat dengan sudut berhadapan sama yang bukan bukan layang-layang

Menurut Zaslavsky (2008) bahwa ada dua alasan utama guru membuat contoh spontan: (1) sebagai respon terhadap ungkapan siswa, (2) sebagai respon terhadap pengakuan mereka sendiri keterbatasan tertentu dari contoh yang direncanakan dalam proses pelajaran (misalnya, guru mungkin menyadari bahwa lebih banyak contoh diperlukan dari jenis yang sama). Williams (2007) berpendapat bahwa abstraksi spontan telah digambarkan sebagai proses secara bertahap menemukan kompleksitas. Selanjutnya, Williams (2007), mengemukakan bahwa contoh spontan membuat siswa bekerja secara konseptual saat mereka menghadapi tantangan matematika intelektual yang nyaris dari jangkauan.

Berdasarkan pendapat di atas, contoh spontan yang dimaksudkan dalam penulisan ini adalah contoh yang dikemukakan guru dalam pembelajaran matematika yang berkaitan dengan materi yang dijelaskan. Contoh tersebut muncul secara spontanitas yang disebabkan oleh kondisi tertentu, antara lain, misalnya karena adanya hambatan (troubel) dalam diri siswa atau respons atau pertanyaan siswa. Dengan demikian contoh itu tidak didesain atau tidak direncanakan oleh guru sebelumnya. Contoh spontan yang dimaksudkan dalam penulisan ini, memiliki karakterisitik ilustratif klarifikatif, dan konfirmatif. Ilustratif yang dimaksudkan adalah menjelaskan pemahaman materi (faktual, konseptual, prosedural) dalam contoh spontan melalui proses ilustrasi. Klarifikatif yang dimaksudkan adalah untuk mengklarifikasi kebenaran materi (faktual, konseptual, prosedural) dalam contoh spontan tersebut. Konfirmatif yang dimaksudkan adalah mengonfirmasi pemahaman materi (faktual, konseptual, prosedural) dan kebenaran materi (faktual, konseptual, prosedural) melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi atau melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi.

Berdasarkan hasil observasi, terjadi kesesuaian dan ketidaksesuaian proses berpikir antara guru dan siswa dalam pembahasan contoh spontan oleh guru pada saat pembelajaran berlangsung. Kesesuaian proses berpikir guru-siswa terjadi pada saat interaksi berpikir guru-siswa punya pemahaman yang sama terhadap materi (faktual konseptual, dan prosedural) dalam pembahasan contoh spontan. Sedangkan ketidaksesuaian proses berpikir guru-siswa terjadi pada saat interaksi berpikir guru-siswa punya pemahaman yang berbeda terhadap materi (faktual konseptual, dan prosedural dalam pembahasan contoh spontan pada saat pembelajaran berlangsung. Dalam hal ini, apa yang dipikirkan oleh guru berbeda dengan yang dipikirkan oleh siswa ketika guru menjelaskan tentang barisan bilangan.

Pentingnya penggunaan contoh dalam pembelajaran matematika banyak dikemukakan di atas. Menurut Zaslavsky dkk (2008) bahwa contoh dapat berguna sebagai alat mediasi antara siswa dan konsep-konsep matematika, teorema, dan prosedur. Dan contoh juga merupakan sarana untuk membuat kontak dengan ide-ide abstak dan sarana utama komunikasi matematika. Contoh sangat membantu siswa dalam mencapai perubahan konseptual (Tirosh & Tsamir, 2004; Vosniadou & Verschaffel, 2004). Namun demikian, penggunaan contoh dalam pembelajaran matematika, khususnya contoh spontan masih kurang mendapat perhatian. Sebagaimana yang dikemukakan Zaslavsky dkk (2011) bahwa terlepas dari peran penting contoh dalam belajar dan mengajar matematika, hanya ada sejumlah kecil penulisan berfokus pada contoh spontan. Oleh karena itu, perlu ada upaya bagaimana meningkatkan kreativitas guru menghasilkan contoh spontan dalam proses pembelajaran matematika, agar dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan pemahaman konsep, prinsip, dan prosedur matematika, dan pada akhirnya dapat meningkatkan prestasi belajar siswa.

Berdasarkan uraian di atas, contoh spontan yang dihasilkan guru dari proses interaksi berpikir guru-siswa dalam pembelajaran matematika, merupakan salah satu strategi keberhasilan siswa dalam belajarnya. Sementara belum ada penulisan yang mengungkap secara mendalam tentang contoh spontan berdasarkan interaksi berpikir guru-siswa, seperti karakteristik contoh spontan. Untuk itu fokus utama dalam penulisan ini adalah karakteristik contoh spontan dari proses interaksi berpikir guru-siswa dalam pembelajaran matematika. Selanjutnya karakteristik contoh spontan yang menjadi kajian dalam penulisan ini adalah contoh spontan ilustratif, contoh spontan klarifikatif, dan contoh spontan konfirmatif.

BAB II
PENGGUNAAN CONTOH DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

2.1 Penggunaan Contoh dalam Pembelajaran Matematika

Contoh adalah bagian integral dari cara berpikir dalam matematika, belajar dan mengajar, khususnya yang berkaitan dengan konseptualisasi, generalisasi, abstraksi, argumentasi, dan berpikir analogis. Pentingnya contoh dalam pendidikan matematika, sebagai pembelajaran dan strategi pembelajaran (Watson, 2011), hubungannya dengan pembentukan konsep (Zazkis dkk, 2008). Menggunakan contoh sebagai bahan pembelajaran telah ditunjukkan dalam banyak studi (Atkinson dkk, 2000).

Penggunaan contoh dalam proses pembelajaran di kelas merupakan bagian integral pengajaran matematika yang memiliki pengaruh yang besar pada pembelajaran siswa. Menurut (Zaslavsky, 2006) bahwa peran penting contoh dalam pembelajaran matematika bermula pertama kali dari peran utama yang berpusat pada contoh matematika dan pemikiran matematis. Selain itu, ada beberapa aspek pedagogis penggunaan contoh pembelajaran yang mendukung signifikansi dan menyampaikan kompleksitas unsur pengajaran. Zaslavsky, dkk (2011); Bills dan Dreyfus (2012) menunjukkan dua atribut utama yang membuat contoh dalam pedagogi berguna. Contoh harus transparan, yaitu membuatnya relatif mudah untuk mengarahkan perhatian pada fitur yang membuatnya patut digunakan. Mendorong generalisasi, yaitu harus menyorot fitur khusus yang diperlukan yang merupakan contoh dari target kasus.

Pemilihan contoh dalam proses pembelajaran matematika, merupakan tugas guru yang menantang, membutuhkan banyak pertimbangan, terutama dalam menghasilkan contoh yang tidak direncanakan. Contoh dapat dilihat sebagai pengetahuan dasar yang diperlukan untuk mengajar serta kekuatan pendorong untuk meningkatkan pengetahuan guru. Keterampilan yang dibutuhkan untuk penggunaan contoh yang efektif diperoleh sebagian besar melalui pengalaman mengajar dan pengetahuan keahlian. Menurut (Kennedy, 2002) bahwa pengetahuan keahlian guru diperoleh sebagian besar dari waktu ke waktu melalui pengalaman mereka, untuk sebagian besar itu adalah teoritis.

Menurut Shulman (dalam Zodik dan Zaslavsky, 2008) bahwa ada tiga aspek pengetahuan guru sangat berhubungan dengan contoh dalam Pendidikan matematika: (1) pengetahuan matematika; (2) pengetahuan belajar siswa; dan (3) pengetahuan konten pedagogik. Kualitas *pengetahuan matematika* seorang guru mempengaruhi apa yang diajarkan dan bagaimana mengajarkan dalam pembelajaran matematika. *Pengetahuan belajar siswa* mengacu pada pemahaman guru tentang bagaimana siswa mengetahui dan bagaimana siswa mengkonstruksi pengetahuan yang ada terhadap pengetahuan baru.

Guru yang memilih struktur contoh sebelum mengimplementasikannya di dalam kelas, sangat dipengaruhi oleh PCK mereka dan kemampuan berpikir terhadap contoh yang ditawarkan. Kadang-kadang, guru harus mengembangkan atau menanggapi contoh dengan segera, tetapi kapasitas mereka untuk melakukannya dipengaruhi oleh PCK. Shulman (dalam Zodik dan Zaslavsky, 2008) mengidentifikasi banyak aspek pengetahuan yang berkontribusi terhadap PCK, termasuk mengetahui model dan penjelasan yang mendukung pelajaran, memahami konsepsi siswa, dan mengenali apa yang membuat tugas itu gampang. Aspek lain dari PCK termasuk hubungan antara pengetahuan dan topik (William, dkk, 2007), membangun kembali pengetahuan ke dalam komponen utama (Ball, 2003), pengetahuan konten (Cooper, dkk

2003), pengetahuan tentang representasi (Gürsel, 2011). Selanjutnya, Gabriel, & Andreas (2006) mengemukakan bahwa Pengetahuan konten pedagogi (PCK) harus dilakukan dengan mengubah matematika menjadi sarana yang pembelajarannya dapat difasilitasi, ini termasuk cara untuk mewakili dan merumuskan subjek yang membuatnya dipahami orang lain.

Walshaw (2012) mengemukakan bahwa inti dari pembelajaran yang efektif adalah pengetahuan dan keterampilan seorang guru membawa tuntutan kognitif dalam pembelajaran. Apa yang dilakukan guru di kelas sangat tergantung pada apa yang mereka ketahui dan percaya tentang matematika dan apa yang mereka pahami tentang pengajaran dan pembelajaran matematika (Anthony dan Walshaw, 2009).

Berdasarkan uraian yang dikemukakan di atas, contoh pilihan guru dalam pembelajaran matematika yang dimaksudkan dalam penulisan ini adalah contoh yang telah direncanakan atau dibuat di dalam maupun di luar kelas oleh guru sebelum proses pembelajaran berlangsung.

2.2 Guru Berpengalaman dan Guru Pemula

Pengalaman mengajar pada hakekatnya merupakan rangkuman dari pemahaman seseorang terhadap hal-hal yang dialami dalam mengajar, sehingga hal-hal yang dialami tersebut telah dikuasainya, baik tentang pengetahuan maupun keterampilan. Menurut Muñoz dan Chang (2008) bahwa logikanya adalah semakin berpengalaman guru semakin efektif dalam mengajar. Jennifer (2010) mengemukakan bahwa pengalaman guru memberikan hasil yang jelas dalam efektivitas dan menunjukkan peningkatan produktivitas. Kalogrides dkk, (2012) mengemukakan bahwa beberapa studi kualitatif telah menemukan bahwa guru yang berpengalaman lebih baik atau lebih sering ditugaskan pada sekolah dengan siswa yang lebih tinggi. Stronge (2013) mengemukakan bahwa pengalaman

mengajar itu penting menyangkut efektivitas guru dan siswa, sedikitnya hingga taraf tertentu.

Sehubungan dengan beberapa pendapat di atas, dapat dikemukakan bahwa kemunculan contoh spontan dalam pembelajaran matematika dapat dipengaruhi oleh pengalaman guru. Dalam arti bahwa guru berpengalaman tentu lebih kreatif memunculkan contoh spontan yang variatif daripada guru pemula.

Guru yang berpengalaman berbeda dengan para guru pemula karena mereka telah mendapatkan keahlian melalui pengalaman kehidupan nyata, praktik belajar-mengajar, dan waktu. Menurut Stronge (2013) bahwa para guru yang berpengalaman dan juga efektif merupakan para ahli yang menguasai konten dan mengenal para siswa yang mereka ajar, menggunakan strategi-strategi perencanaan yang efisien, mempraktikkan pengambilan keputusan yang interaktif, serta mewujudkan keterampilan-keterampilan manajemen kelas yang efektif. Selanjutnya, Stronge (2013) mengemukakan bahwa para guru yang berpengalaman dan efektif ini, efisien mereka dapat melakukan lebih banyak hal dalam waktu yang lebih singkat daripada yang dapat dilakukan oleh para guru pemula.

Clotfelter dkk (Jennifer, 2010) mengemukakan bahwa sejumlah studi CALDER (Pusat Nasional untuk Analisis Data Longitudinal dalam Penulisan Pendidikan) mengkonfirmasi temuan dari penulisan yang ada bahwa rata-rata guru pemula kurang efektif dibanding dengan beberapa guru yang berpengalaman. Menurut Rueben dkk (Stronge, 2013) bahwa sekolah-sekolah yang mempunyai guru pemula cenderung memiliki level prestasi siswa yang lebih rendah.

Pengalaman guru rata-rata sangat bervariasi. Huang dan Moon (2009) meneliti dataset TIMSS 1995 dan difokuskan pada 15 negara Eropa dan Amerika Serikat. Bagi guru matematika yang mengajar anak usia 15 tahun, tingkat pengalaman guru tersebut berkisar dari yang terendah 7,9 tahun pada negara Portugal. Sedangkan tertinggi 20 tahun pada negara Belgia, Denmark, Perancis, dan Spanyol. Tingkat pengalaman guru matematika di Amerika Serikat rata-rata 15 tahun.

Huang dan Moon (2009) mengemukakan bahwa bentuk umum dari variabel pengalaman mengajar tidak selalu membedakan antara seorang guru yang telah mengajar matematika di kelas empat selama 10 tahun, dibandingkan dengan guru yang mengajar ilmu pengetahuan alam di kelas delapan selama 9 tahun dan mengajar matematika di kelas empat selama 1 tahun. Keduanya memiliki 10 tahun pengalaman, tapi satu dapat menjadi guru matematika yang lebih efektif. Ladd (dalam Jennifer, 2013) mengemukakan bahwa rata-rata penulisan menunjukkan, guru dengan pengalaman 20 tahun lebih efektif daripada guru yang tidak memiliki pengalaman, tetapi tidak lebih efektif dibanding dengan 5 tahun pengalaman.

Guru yang berpengalaman dalam mengajar tentu berkaitan dengan karakteristik (ciri) guru itu sendiri. Menurut Goldhaber (dalam Huang dan Moon, 2009) bahwa karakteristik guru tidak begitu mudah dapat diukur, beberapa faktor lain seperti motivasi, semangat, dan keterampilan mengajar yang mungkin mempengaruhi prestasi siswa. Hattie (2003) mengemukakan bahwa ada 5 ciri guru yang berpengalaman, yaitu: (1) dapat mengidentifikasi refresentasi siswa mereka; (2) dapat membimbing belajar melalui interaksi kelas; (3) dapat memantau dan memberikan umpan balik; (4) dapat hadir secara efektif; dan (5) dapat mempengaruhi hasil belajar siswa. Menurut Eggen dan Kauchak (2009) bahwa ciri-ciri seorang guru yang berpengalaman yaitu: peduli, tegas, modeling dan antusias, dan harapan yang tinggi. Sedangkan Stronge (2013) berpendapat bahwa ciri-ciri seorang guru yaitu: punya peran kepedulian, dapat mendengarkan, dapat mengerti, dan mengenal para murid/siswa.

Berdasarkan uraian di atas, dapat dikemukakan bahwa ciri-ciri guru yang berpengalaman yang dimaksudkan dalam penulisan ini, yaitu; mempunyai kepedulian, memiliki ketarampilan mengajar, dapat memberikan motivasi dan semangat kepada siswanya, memberikan umpan balik dalam proses pembelajaran, menguasai materi pelajaran yang diajarkan, dan memiliki pengalaman mengajar pada mata pelajaran matematika selama 5 tahun atau lebih. Sedangkan guru pemula yang dimaksukan dalam penulisan ini adalah guru yang memiliki ciri-ciri dapat memberikan motivasi dan semangat kepada siswanya, mempunyai kepedualian, dan menguasai materi pelajaran yang diajarkan, serta mengajarkan mata pelajaran matematika kurang dari 5 tahun.

2.3 Interaksi Berpikir Guru dan Siswa dalam Pembelajaran Matematika

Beberapa hasil penulisan menekankan pentingnya interaksi antara guru dengan siswa, dalam proses pembelajaran matematika (Webb, 1992; Yackel dan Coob, 1992; Leiken dan Zaslavsky, 1997). Pentingnya interaksi guru dengan siswa dalam belajar matematika, menurut Yackel dan Cobb (1992) karena kelas dapat dipandang sebagai suatu konteks sosial dalam memahami matematika dengan cara dikonstruksi dan dinegosiasi. Demikian pula, Blecher dan Cooper (dalam Suradi, 2005) mengungkapkan bahwa kelas matematika merupakan suatu tempat guru dan siswa membangun lingkungan sosial yang interaksif, dengan tujuan utama meningkatkan proses pembelajaran.

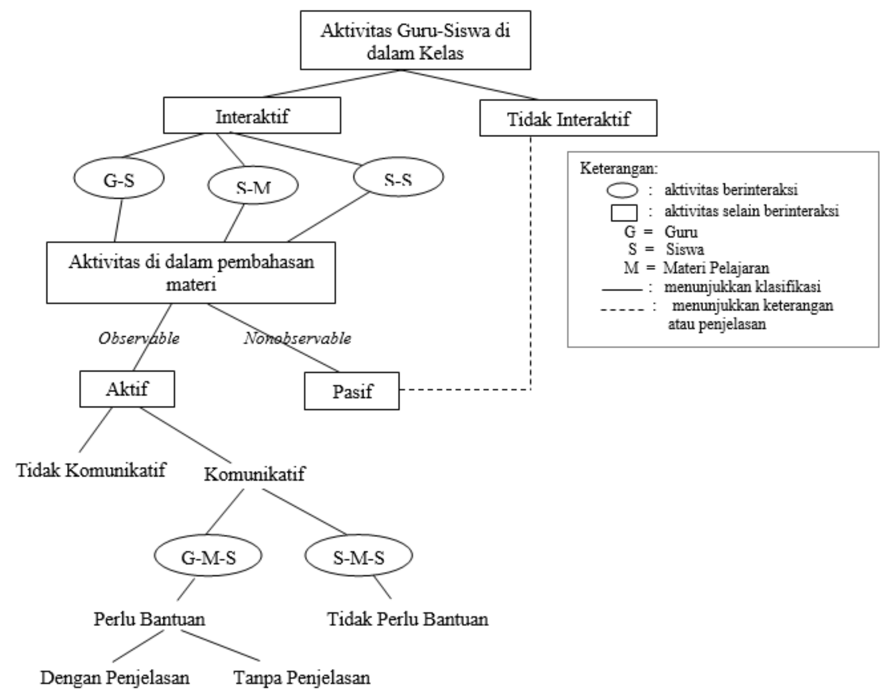
Pembentukan contoh spontan dalam proses pembelajaran matematika dapat terjadi ketika ada interaksi antara guru dengan siswa. Interaksi guru dengan siswa dalam pembelajaran matematika melibatkan proses berpikir guru dan siswa. Pada kegiatan interaksi inilah diantara guru dan siswa terjadi suatu proses interaksi berpikir dalam menyelesaikan permasalahan secara tepat. Interaksi berpikir ini tidak boleh mengesampingkan proses berpikir siswa. Yackel dan Cobb (1992) mengemukakan bahwa siswa harus diberi kesempatan seluas-luasnya untuk mengkonstruksi sendiri pengetahuan yang dimiliki. Proses berpikir siswa akan menentukan bentuk konsep yang dikonstruksi oleh siswa selama kegiatan pembelajaran. Apabila konsep yang dikonstruksi siswa telah sesuai dengan materi yang dipelajari maka tujuan pembelajaran telah tercapai. Sehingga proses berpikir siswa mempunyai peran penting dalam kegiatan pembelajaran.

Pembentukan konsep dapat dilakukan melalui contoh khususnya contoh spontan yang dihasilkan oleh guru dalam proses pembelajaran matematika. Tsamir dan Laverson (2008), mengemukakan bahwa pembentukan konsep adalah proses yang kompleks dimana contoh memainkan peran penting. Pembentukan konsep telah digambarkan sebagai pengetahuan konseptual (Anderson, 2000; Siewgler, dkk, 2001; Wong dan Evans,2007). Pengembangan pengetahuan konsep melibatkan kemampuan dalam menerapkan prinsip-prinsip matematika dalam berbagai konteks (Dreyfus, 2012). Dengan demikian contoh sangat penting untuk membantu peserta didik dalam mencapai apa yang disebut sebagai perubahan konseptual.

Dalam interaksi berpikir antara guru dan siswa dalam proses pembelajaran matematika, pentingnya dibangun komunikasi. Menurut NCTM (2000) kemampuan komunikasi matematis perlu dibangun dalam diri siswa agar dapat: (1) memodelkan situasi dengan lisan, tertulis, gambar, grafik, dan secara aljabar; (2) merefleksi dan mengklarifikasi dalam berpikir mengenai gagasan-gagasan matematis dalam berbagai situasi; (3) mengembangkan pemahaman terhadap gagasan-gagasan matematis termasuk peranan definisi-definisi dalam matematika; (4) menggunakan keterampilan membaca, mendengar, dan melihat untuk menginterpretasikan dan mengevaluasi gagasan matematika; (5) mengkaji gagasan matematika melalui konjektur dan alasan yang meyakinkan; serta (6) memahami nilai dari notasi dan peran matematika dalam pengembangan gagasan matematis.

Interaksi berpikir anatara guru dan siswa yang dimaksudkan dalam penulisan ini adalah komunikasi antara guru dan siswa dalam proses pembelajaran matematika sehingga terjadi kesesuaian proses berpikir antara guru dan siswa.

Leiken dan Zaslavsky (dalam Suradi, 2005) mengilustrasikan jenis-jenis aktivitas guru dan siswa yang mungkin terjadi dalam kelas. Beberapa aktivitas pembelajaran melibatkan komunikasi antara dua siswa, atau antara seorang siswa dengan guru. Beberapa dari komunikasi itu memerlukan bantuan, atau suatu penjelasan, dan beberapa tidak memerlukan bantuan. Jenis-jenis aktivitas (interaksi berpikir) yang mungkin terjadi dapat dilihat pada gambar 2.1.



Gambar 2.1. Tipe Interaksi Berpikir Guru-Siswa dan Siswa-Siswa dalam Kelas
(Adaptasi dari Leiken dan Zazlavsky (dalam Suradi, 2005)

Berdasarkan ilustrasi Leiken dan Zazlavsky pada gambar 2.1 dapat dikemukakan bahwa dalam pembelajaran matematika terdapat lima jenis interaksi, yaitu: (1) interaksi Guru-Siswa (G-S), yakni guru berinteraksi dengan siswa: (2) interaksi Siswa-Materi (S-M), yakni siswa hanya berinteraksi dengan materi; (3) interaksi Siswa-Siswa (S-S), yakni siswa berinteraksi dengan siswa lainnya; (4) interaksi Guru-Materi-Siswa G-M-S), yakni guru berinteraksi dengan siswa berkaitan dengan materi; dan (5) interaksi Siswa-Materi-Siswa (S-M-S), yakni siswa berinteraksi dengan siswa lainnya yang berkaitan dengan materi.

Kelima jenis interaksi tersebut, dapat dilihat melalui aktivitas guru dan siswa di dalam kelas selama pembelajaran berlangsung. Namun dalam penulisan ini, interaksi dalam aktivitas yang dimaksudkan adalah interaksi berpikir anatara guru dan siswa terhadap materi yang dibahas oleh guru, dalam hal ini contoh spontan yang dibentuk oleh guru dalam proses pembelajaran matematika.

2.4 Hambatan dalam Pembelajaran Matematika

Kesulitan belajar adalah hambatan yang dihadapi seorang siswa atau sekelompok siswa dalam belajar yang disebabkan oleh suatu hal yang datang dari dalam maupun luar siswa yang dapat mempengaruhi hasil belajarnya. Siswa yang mengalami kesulitan dalam mempelajari matematika pada umumnya terletak pada kurangnya pemahaman konsep dan prinsip dalam matematika. Dalam mempelajari matematika, siswa cenderung mengalami kesulitan yang menurut Cooney (Abdurrahman, 2003) dikategorikan dalam tiga jenis, adalah (1) kesulitan dalam mempelajari konsep; (2) kesulitan dalam menerapkan prinsip; dan (3) kesulitan dalam menyelesaikan masalah verbal. Sternberg (2008) menjelaskan bahwa kesulitan belajar merupakan suatu keadaan yang menyebabkan siswa tidak dapat belajar sebagaimana mestinya. Berdasarkan uraian di atas, hambatan yang dimaksudkan dalam

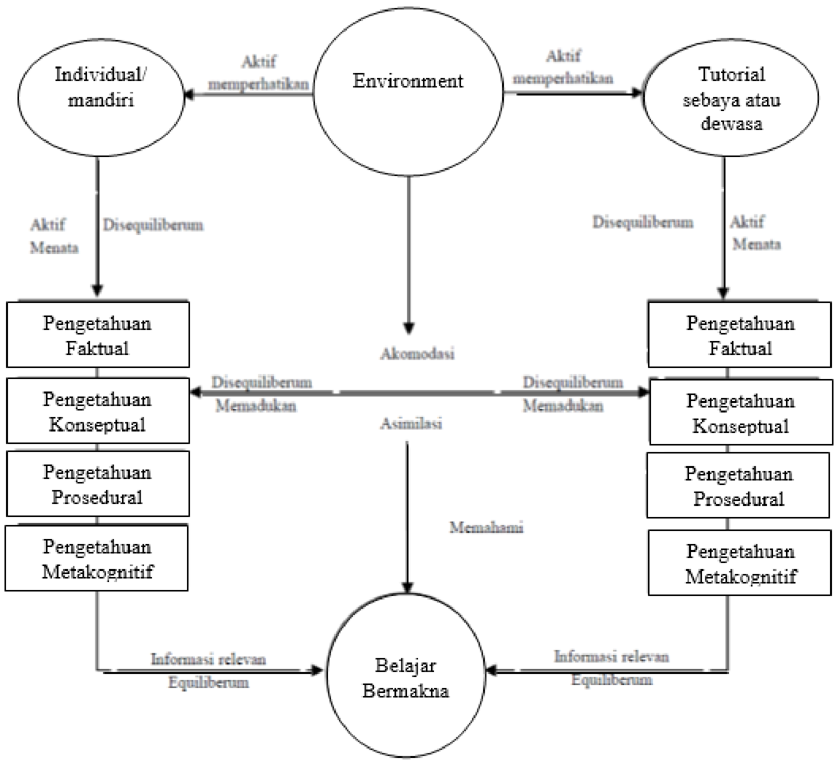
penulisan ini adalah situasi yang terjadi ketika siswa mengalami kesulitan atau mengalami masalah (disebut *Trouble*) dari proses interaksi berpikir guru-siswa selama proses pembelajaran matematika. Penyebab terjadinya *trouble* tersebut, dikategorikan dalam tiga jenis , adalah (1) konstruksi konsep; (2) penyelesaian soal; dan (3) pemecahan masalah. Ketiga kategori tersebut akan diuraikan sebagai berikut.

2.4.1 Konstruksi Konsep

Pemahaman terhadap suatu konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi terhadap objek-objek matematika. Menurut Steinbring, (2005) bahwa pemahaman tentang konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi terhadap objek-objek matematika yang dilakukan melalui aktivitas aksi, proses, dan objek yang dikoordinasi dalam suatu skema. Skema merupakan struktur kognitif yang digunakan seseorang untuk mengadaptasi dan mengorganisasikan stimulus (pengetahuan) yang datang dari lingkungan.

Menurut faham konstruktivis pengetahuan merupakan konstruksi (bentukan) dari orang yang mengenal sesuatu (skemata). Pengetahuan tidak bisa ditransfer dari guru kepada orang lain, karena setiap orang mempunyai skema sendiri tentang apa yang diketahuinya. Pembentukan pengetahuan merupakan proses kognitif di mana terjadi proses asimilasi dan akomodasi untuk mencapai suatu keseimbangan sehingga terbentuk suatu skema (skemata) yang baru. Menurut Subanji (2011) bahwa dengan asimilasi seseorang akan mengintegrasikan (menginterpretasi) rangsangan dengan skema yang ada, dan dengan akomodasi ia mengubah skema yang ada atau membentuk skema baru agar menjadi cocok dengan rangsangan yang dihadapi, dan akhirnya tercapai kondisi *equilibrium.*

Untuk memperjelas bagaimana alur proses konstruksi pengetahuan siswa maka disusunlah diagram alur tersebut, yang dimodifikasi dari teori *Konstruktivisme*, teori Mayer, dan *Taksonomi* Bloom (Kamid, dkk, 2012). Adapun diagram alur proses konstruksi dijelaskan pada Gambar 2.2 berikut.



Gambar 2.2. Alur Proses Konstruksi Pengetahuan yang Dimodifikasi dari Teori Konstruktivisme, Teori Mayer, dan Taksonomi Bloom

Gambar 2.2 menjelaskan alur proses konstruksi pengetahuan pada seseorang. Alur proses tersebut berawal dari *environmet* yaitu lingkungan. Dari lingkungan bisa terjadi rangsangan pembelajaran baik berasal dari pembacaan, maupun dari pancaindera. Dari lingkungan tersebut, seseorang aktif memperhatikan secara mandiri/individual sehingga individu secara mandiri/dengan bantuan tutorial sebaya atau dewasa, aktif menata

pengalaman apapun bentuk pengalaman itu. Keaktifan ini bisa mengakibatkan kondisi mentalnya mengalami disequiliberum yang dapat menuju kepada pembentukan pengetahuan-pengetahuan berupa: a) pengetahuan faktual, b) pengetahuan konseptual, c) pengetahuan prosedural, dan d) pengetahuan metakognitif.

Anderson dan Kratwohl (2010) menjelaskan bahwa siswa mengkonstruksi pengetahuan dari lingkungan, berinteraksi dengan pengalaman dan objek yang dihadapi dengan mengadakan abstraksi. Membahas peran contoh dalam abstraksi, Skemp (dalam Bills dan Mason, 2006) menulis tentang pembelajaran konsep-konsep matematika melalui abstraksi dari contoh-contoh, yang berarti bahwa contoh pilihan guru untuk menyajikan kepada siswa sangat penting. Setelah konsep terbentuk, kemudian contoh dapat berasimilasi ke dalam konsep tersebut.

Contoh mempunyai peranan dalam memahami matematika. Menurut Watson (2011) bahwa contoh dapat dikonstruksi dari hasil dan konsep, dan pada gilirannya contoh dapat mendorong konsep dan hasil. Dengan demikian, contoh spontan dapat dikonstruksi dari dari hasil atau konsep yang terkait dengan contoh yang dijelaskan sebelumnya. Hal ini dapat dilakukan, bila guru dan siswa memiliki pengetahuan konsep dan prosedur yang terkait dengan materi (contoh yang dikonstruksi).

2.4.2 Penyelesaian Soal

Ketidakmampuan siswa dalam penguasaan konsep akan mengalami kesulitan (hambatan) dalam menyelesaian suatu soal. Hal ini banyak dialami oleh siswa yang belum sampai proses berpikir abstrak, yaitu masih dalam taraf berpikir konkret. Jonassen (dalam Paridjo, 2008) mengemukakan bahwa kesulitan-kesulitan (hambatan) siswa dalam menyelesaikan soal-soal metematika adalah sebagai berikut.

a). Ketidakmampuan siswa dalam penguasaan konsep secara benar.

Ketidakmampuan siswa dalam penguasaan konsep secara benar ini banyak dialami siswa yang belum sampai proses berpikir abstrak yaitu masih dalam taraf berpikir konkret. Sedangkan konsep-konsep dalam matematika diajarkan secara abstrak yang tersusun secara deduktif aksiomatis, ini tentunya menyebabkan siswa kurang menguasai dalam memahami konsep-konsep tersebut. Indikator dari kesulitan ini meliputi kesalahan dalam menentukan teorema atau rumus-rumus untuk menjawab masalah, penggunaan teorema atau rumus yang tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut.

b). Ketidakmampuan menggunakan data

Bahwa dalam suatu soal tentunya diberikan data-data dari suatu permasalahan. Namun banyak siswa yang tidak mampu menggunakan data mana yang seharusnya dipakai. Kesulitan ini sangat dipengaruhi oleh pengetahuan siswa tentang konsep ataupun istilah-istilah dalam soal. Jadi dari kesulitan ini antara lain siswa tidak menggunakan data yang seharusnya dipakai, kesalahan memasukkan data ke dalam variabel tertentu, menambah data yang tidak diperlukan dalam menjawab suatu masalah.

c). Ketidakmampuan mengartikan bahasa matematika

Bahasa matematika merupakan bahasa simbol yang padat, akurat, abstrak dan penuh arti. Kebanyakan siswa hanya mampu menuliskan dan atau mengucakan tetapi tidak dapat menggunakannya. Indikator kesulitan ini adalah kesalahan menginterpretasi kan simbol-simbol, grafik, tabel dalam matematika.

d). Ketidakmampuan/Ketidakcermatan dalam melakukan operasi hitung

Bahwa mengerjakan soal -soal matematika diperlukan konsentrasi yang tinggi, karena banyak menipulasi rumus-rumus dan banyaknya operasi hitung dalam melakukan operasi terhadap rumus-rumus. Siswa dituntut untuk cermat terhadap kesalahan-kesalahan yang dapat terjadi, baik dilakukan dengan sengaja maupun tanpa disadari telah dilakukan oleh siswa. Hal ini menunjukkan bahwa siswa dapat mengalami kesulitan karena ketidakcermatan terhadap operasi hitung yang telah dilakukan. Indikator dari penyebab kesulitan ini adalah siswa melakukan kesalahan dalam operasi hitung dan tidak melakukan operasi hitung yang seharusnya dilakukan dalam operasi tersebut.

e). Ketidakmampuan dalam menarik kesimpulan

Kesimpulan merupakan hasil akhir dari suatu soal pembuktian, suatu pembuktian haruslah disusun secara logis dan sistematis berdasarkan teorema-teorema, konsep-konsep atau definisi-definisi yang telah dipahami, sehingga kesimpulan yang dibuat berlaku untuk umum dan juga memperjelas dari pembuktian tersebut. Siswa yang megalami kesulitan dalam menyimpulkan untuk pembuktian pada soal banyak disebabkan oleh kurangnya penguasaan terhadap konsep. Adapun indikator dari kesulitan ini antara lain kesalahan dalam menarik kesimpulan ataupun siswa tidak mampu dalam menarik kesimpulan.

Dari beberapa kesulitan-kesulitan yang dialami siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika tersebut, menunjukkan pentingnya pemahaman konsep-konsep yang terdapat dalam matematika. Oleh karena itu, memahami konsep sebelumnya dalam matematika merupakan prasyarat untuk memahami konsep selanjutnya. Sehingga implikasi terhadap belajar matematika haruslah bertahap dan berurutan secara sistematis, serta didasarkan pada pengalaman belajar yang telah lalu. Dengan diketahuinya penyebab kesulitan dalam menyelesaikan soal, maka guru dapat memberikan pemecahan yang tepat terhadap kesulitan yang dialami siswa.

2.4.3 Pemecahan Masalah

Dalam pemecahan masalah matematika tidak hanya kemampuan untuk menyelesaikan masalah saja yang diperlukan oleh siswa, tetapi juga diperlukan proses berpikir siswa yang baik. Menurut Mason, dkk (2010) bahwa pemecahan masalah sebagai proses berpikir dimana siswa menemukan kombinasi aturan yang dipelajari sebelumnya, ia dapat mengajukan permohonan untuk memecahkan masalah baru. Selanjutnya Mason, dkk (2010) menyatakan bahwa pemecahan masalah telah diterima secara umum sebagai cara untuk meningkatkan keahlian berpikir. Proses berpikir merupakan suatu kegiatan mental atau suatu proses yang terjadi di dalam pikiran siswa pada saat siswa dihadapkan pada suatu pengetahuan baru atau permasalahan yang sedang terjadi dan mencari jalan keluar dari permasalahan tersebut.

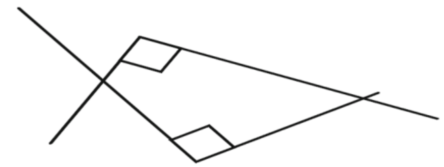
Proses berpikir siswa dapat berjalan dengan baik apabila terdapat peran serta guru yang nantinya dapat membantu siswa untuk mendapatkan hasil yang baik dan benar sesuai dengan yang diinginkan. Salah satu contoh peran serta guru tersebut adalah dengan menanyakan kembali jawaban yang telah diperoleh siswa sesuai dengan apa yang ada di pikirannya. Dengan demikian guru akan mengetahui sampai dimana pemahaman siswa terhadap materi yang sedang diajarkan, serta guru dapat mengetahui kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa tersebut dalam menyelesaikan masalah matematika.

2.5 Contoh Spontan dalam Pembelajaran Matematika

Memilih dan menghasilkan contoh dalam pembelajaran matematika, sering dibutuhkan dalam pengambilan keputusan saat terjadi interaksi di dalam kelas. Dalam penulisan Zodik dan Zaslavsky (2008) telah mengidentifikasi contoh yang dipilih seorang guru untuk digunakan dalam kelas dari pra perencanaan yang mendasari pilihannya. Guru dengan hati-hati merencanakan dan memilih untuk menggunakan contoh, sebagai bagian dari rencana pelajaran. Namun, seorang guru mungkin menghadapi situasi kelas yang sama sekali baru dan tidak terbiasa menuntut perlakuan contoh atau contoh pilihan yang tepat. Selanjutnya, Simon (Zodik dan Zaslavsky, 2008) menghubungkan pengetahuan guru, perencanaan pra pelajaran, dan interaksi kelas yang sebenarnya sering melakukan tindakan spontan, dalam siklus pengajaran matematika.

Menurut Zodik dan Zaslavsky (2008) bahwa contoh yang direncanakan sebelumnya (pra perencanaan) adalah contoh yang menunjukkan bukti bahwa guru memikirkan dan memasukkan dalam pelajaran. Ketika contoh yang tidak direncanakan dibuat dan dikonstruksi benar-benar baru (untuk guru) atau dimodifikasi dari contoh-contoh yang telah diperkenalkan (oleh guru atau siswa) di kelas, maka contoh tersebut adalah contoh spontan.

Satu kasus contoh spontan, seperti yang diutarakan pada latar belakang masalah, contoh bertentangan (kontradiktif) yang dihasilkan guru dalam pelajaran geometri dalam menanggapi klaim tak terduga dari siswa bahwa jika dalam segiempat ada dua sudut berhadapan sama itu adalah layang-layang. Agar meyakinkan siswa bahwa klaim ini tidak benar, guru menghasilkan contoh kontradiktif dengan dimensi jelas (Zaslavsky, 2008), dengan mengambil dua sudut yang sama (sudut siku-siku) dan memindahkan sampai keduanya berpotongan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar. 2.3. berikut.



Gambar. 2.3
Contoh spontan segiempat dengan dua sudut berhadapan sama bukan layang-layang

Gambar. 2.3. Contoh spontan segiempat dengan dua sudut berhadapan sama bukan layang-layang

Hasil observasi awal yang dilakukan di SMP Negeri 6 Makassar pada Kelas VIII dan di SMP Negeri 7 Makassar pada Kelas IX, menunjukkah bahwa guru yang berpengalaman lebih variatif menggunakan contoh spontan ketika siswa mengalami trouble dalam proses pembelajaran matematika. Guru berpengalaman lebih menguasai pengetahuan konten dan pedagogik dalam pembelajaran matematika daripada guru pemula. Hal ini, sesuai dengan pendapat Zaslavsky (2008) bahwa keterampilan yang dibutuhkan untuk perlakuan yang efektif melalui contoh diperoleh sebagian besar melalui pengalaman mengajar dan dengan demikian merupakan pengetahuan keahlian. Menurut Kennedy (2002) bahwa pengetahuan keahlian guru diperoleh sebagian besar dari waktu ke waktu melalui pengalaman mereka, untuk sebagian besar itu adalah teoritis.

Berdasarkan uraian di atas, dapat dikemukakan bahwa contoh spontan merupakan contoh yang dihasilkan guru akibat adanya pertanyaan atau klaim siswa terhadap pembahasan contoh yang direncanakan dalam proses pembelajaran.

2.6 Karakteristik Contoh Spontan Dalam Pembelajaran Matematika

Berdasarkan hasil observasi awal dan kajian jurnal, ada tiga karakteristik contoh spontan yang akan dikaji dalam penulisan ini. Ketiga karakteristik contoh spontan yang dimaksudkan, yaitu: (1) contoh spontan ilustratif, (2) contoh spontan klarifikatif, dan (3) contoh spontan konfirmatif. Adapun karakteristik tersebut diuraikan sebagai berikut.

2.6.1 Ilustratif

Hasil observasi awal yang dilakukan di Kelas VIII SMP Negeri 6 Makassar terhadap Guru Pemula (GP), telah diidentifikasi bahwa contoh spontan yang dihasilkan oleh GP merupakan contoh spontan yang jenisnya ilustratif. Ketika GP membahas materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV), GP menjelaskan beberapa contoh baik contoh yang diambil dari buku peket maupun contoh spontan. Misalnya ketika GP menjelaskan sebuah contoh yang diambil dari buku paket (Berlogika dengan Matematika), yaitu menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dengan metode eliminasi dari persamaan $2x + y = 8$ dan $x - y = 10$ dengan $x, y \in R$. Selanjutnya, GP menjelaskan bahwa dari kedua persamaan tersebut, koefisien yang sama adalah variabel y maka variabel y yang akan dieliminasi dengan cara dijumlahkan. Dengan demikian diperoleh nilai x sebagai berikut. (menuliskan di papan tulis)

$$\begin{array}{rl} 2x + y &= 8 \\ x - y &= 10 \\ \hline 3x &= 18 \\ x &= 6 \end{array} \; +$$

Selanjutnya untuk memperoleh nilai y, maka variabel x yang akan dieliminasi, dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{array}{rl|l|rl} 2x + y &= 8 & \times 1 & 2x + y &= 8 \\ x - y &= 10 & \times 2 & 2x - 2y &= 20 \\ \hline & & & 3y &= -12 \\ & & & y &= -4 \end{array} \; -$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(6, -4)\}$.

Setelah GP menjelaskan seperti di atas, seorang siswa bertanya "Pak, kenapa bisa y + (-y) sama dengan nol?", lalu ada juga siswa yang bertanya "darimana diperoleh x = 6, kenapa bisa 3x = 18 menjadi x = 6?". Berdasarkan pertanyaan siswa tersebut, nampaknya siswa mengalami trouble tersambung (ada konsep yang terputus dalam pikiran siswa tersebut), siswa belum memahami sifat-sifat operasi pada bilangan bulat, baik sifat operasi penjumlahan maupun sifat operasi perkalian pada bilangan bulat. Demikian pula siswa mengalami trouble senjang (ada perbedaan pemahaman) terhadap pengetahuan faktual, siswa tersebut menggangap bila simbol dijumlahkan atau dikurangkan tidak boleh sama dengan nol. Akibat trouble yang dialami siswa, GP menjelaskan bahwa kita kembali mengingat sifat-sifat operasi yang pernah kita pelajari, tidak tulis lagi karna saya kira sudah dipahami sifat-sifat operasi.

Misalnya, menuliskan $y + (-y) = 0$ (dijelaskan bahwa berlaku sifat operasi penjumlahan pada bilangan bulat), seperti : $5 + (-5) = 0$; $8 + (-8) = 0$

Begitu pula $3x = 18$ (bahwa berlaku sifat operasi perkalian pada bilangan bulat), $x = 6$ (boleh masing-masing ruas kiri dan kanan dikali dengan $\frac{1}{3}$) sehingga $(\frac{1}{3}).\ 3x = (\frac{1}{3}).\ 18 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{18}{3} \Leftrightarrow$ $x = 6$.

Selanjutnya GP memberikan contoh yang berbeda (contoh spontan), lalu contoh spontan itu dijelaskan melalui proses ilustrasi sebagai berikut.

Misalnya dua persamaan $2x + y = 5$ *dan* $3x - 2y = 11$, x, y y $\in$ R. Tentukan himpunan penyelesaiannya.

Selanjutnya GP menjelaskan, mengeliminasi variabel *y,* maka diperoleh nilai *x*

$$\begin{array}{r|l|} 2x + y = 5 & \text{x}2 \\ 3x - 2y = 11 & \text{x}1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{r} 4x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = 11 \\ \hline 7x \quad = 21 \end{array} +$$

$(\frac{1}{7}).7x = (\frac{1}{7})\ .\ 21$ (berlaku sifat operasi perkalian)

$$\frac{7}{7}x = \frac{21}{7}$$

$$x = 3$$

Selanjutnya, mengeliminasi variabel *x,* maka diperoleh nilai *y*

$$\begin{array}{r|l|} 2x + y = 5 & \text{x}3 \\ 3x - 2y = 11 & \text{x}2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{r} 6x + 3y = 15 \\ 6x - 4y = 22 \\ \hline 7y = -7 \end{array} -$$

$$\frac{7}{7}y = \frac{-7}{7}$$

$$y = -1$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {(3, -1)}.

Proses yang terjadi seperti yang dipaparkan di atas, terjadi interaksi berpikir guru dan siswa. Dimana guru dengan kepedulian memberikan contoh yang berbeda (contoh spontan), selanjutnya contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi. Dan contoh spontan tersebut dalam penulisan ini disebut contoh spontan ilustratif.

2.6.2 Klarifikatif

Hasil pengamatan di SMP Negeri 7 Makassar dan SMP Negeri 21 Makassar, kami mengidentifikasi bahwa contoh spontan yang dihasilkan oleh Guru Kelas VII dan kelas IX adalah contoh spontan yang sifatnya klarifikatif, yakni contoh spontan yang berfungsi mengklarifikasi pemahaman siswa. Hal ini dilakukan oleh guru kelas VII pada saat guru tersebut menjelaskan tentang perkalian dan pembagian bilangan bulat dengan menggunakan sifat-sifat operasi pada bilangan bulat. Pada saat Guru menjelaskan contoh tentang perkalian dan pembagian bilangan bulat dengan menggunakan sifat asosiatif perkalian dan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan pada bilangan bulat negatif, sebagian siswa belum paham sehingga guru berulang-ulang menjelaskannya. Demikian pula guru kelas IX yang menjelaskan contoh tentang barisan aritmetika. Guru tersebut menjelaskan contoh barisan aritmetika yang memiliki b (beda) positif dan menentukan suku ke-n (Un) pada barisan aritmetika 2, 10, 18, 26, …

Setelah Guru menyelesaikan contoh di atas, ada pertanyaan yang muncul dari siswa.

Bagaimana kalau b (beda) nya Bu, negatif ?

Guru membuat contoh yang lain yang b (beda) negatif, seperti: Tentukan suku ke-n (Un) barisan aritmetika beikut: 10, 5, 0, 5, …

Selanjutnya, contoh tersebut diminta salah seorang siswa untuk menyelesaikan di papan tulis.

Siswa tersebut menyelesaikan dengan cara sebagai berikut (mengikuti cara penyelesaiakan guru pada contoh sebelumnya) :

a = -5, b (beda) = 10

$Un = a + (n - 1)\, b$

$Un = 10 + (n - 1)(-5)$

$Un = 10 + (-5n) + 5$

$Un = 15 - 5n$

Selanjutnya, guru bertanya, apakah penyelesaian di atas sudah benar ?

Namun, ada beberapa siswa yang masih belum mengerti penyelesaian tersebut.

Salah seorang siswa mengajukan tangan, bu, saya belum mengerti

Guru menjelaskan kembali penyelesaian yang ditulis oleh temannya (penyelesaian di papan tulis).

Dan memperjelas bahwa $Un = 15 - 5n$ sama saja kalau ditulis $Un = -5n + 15$

Proses yang terjadi seperti yang dipaparkan di atas, terjadi interaksi berpikir antara guru dan siswa. Dimana guru dengan kepedulian memberikan contoh yang lain pada saat siswa masih belum paham tentang konsep b (beda) yang negatif. Dan penyelesaian contoh tersebut masih memerlukan suatu pemahaman bagi siswa, sehingga guru menjelaskan kembali penyelesaian contoh tersebut. Dengan demikian, dalam penulisan ini contoh tersebut merupakan contoh spontan klarifikatif.

2.6.3 Konfirmatif

Pada contoh spontan yang sifatnya konflik lebih banyak menggunakan contoh kontradiktif atau bertentangan (counter example). Hal ini dapat dilihat hasil penulisan Zodik dan Zaslavsky (2008). Dalam penulisan mereka mengamati guru menghasilkan contoh yang bertentangan dalam pelajaran geometri pada saat menanggapi klaim dari seorang siswa bahwa jika dalam segiempat ada dua sudut berhadapan sama maka itu adalah layang-layang. Agar meyakinkan siswa bahwa klaim itu tidak benar, guru menghasilkan contoh yang kontradiktif (bertentangan) dengan mengambil dua sudut siku-siku yang tepat dan memindahkan sampai sisi-sisi yang mengapit kedua sudut tersebut saling berpotongan. Dengan demikian, tidak benar bahwa jika dalam segiempat ada dua sudut berhadapan sama maka itu adalah layang-layang.

Dalam penulisan ini contoh spontan konfirmatif yang dimaksudkan adalah mengonfirmasi pemahaman materi (faktual, konseptual, prosedural) dan kebenaran materi (faktual, konseptual, prosedural) melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi atau melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi.

2.7 Kerangka pikir dalam penulisan dapat digambarkan sebagai berikut.

Penulisan ini dirancang dengan menerapkan proses secara induktif, berlangsung mulai dari data (mengumpulkan informasi sebanyak mungkin) kemudian membentuk informasi menjadi kategori-kategori atau tema-tema tertentu, kemudian mengembangkannya menjadi pola-pola atau teori tertentu. Kerangka teori berpikir penulisan dijelaskan pada Diagram 2.4 sebagai berikut:

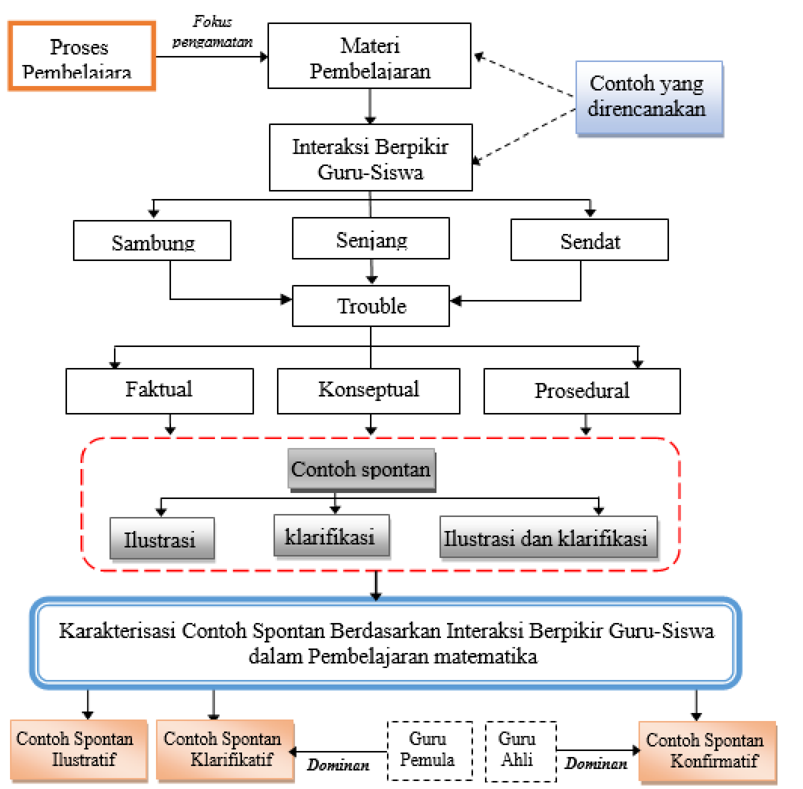


Diagram 2.4. Kerangka Teori Berpikir

Keterangan:

: Gagasan utama
: Pokok-pokok pikiran
: Eksplorasi
: Contoh Spontan
: Contoh Non Spontan
: Proses
: Subjek
: Topik utama
: Kategori Contoh Spontan
: Arah teori berpikir

Secara teoretis, pengajaran dan pembelajaran melibatkan proses trialog yang dinamis antara guru-siswa-materi (Kansanen, 2003). Selanjutnya, Kansanen (2003)

Bab III
Hasil Temuan

3.1 Paparan dan Analisis Data Pada Subjek Kelompok Guru Pemula

Guru yang menjadi subjek penulisan buku ini, pada kelompok guru pemula adalah G1 dan G2. Berikut paparan dan analisis data subjek 1 (G1) dan subjek 2 (G2).

3.1.1 Paparan dan Analisis Data Subjek 1 (G1)

Dalam penulisan buku ini, penulis mengambil data berbasis rekaman audio visual (handycam) di kelas VII G, atau kelas tempat Subjek 1 (G1) membelajarkan materi matematika selama 7 (tujuh) pertemuan. Namun karena tidak setiap pertemuan memunculkan contoh spontan, maka perhatian penulis hanya terpokus ketika G1 membelajarkan materi dan memunculkan contoh spontan. Selama proses pengambilan data di kelas, penulis hanya fokus pada 4 (empat) pertemuan, yaitu ketika G1 membelajarkan materi *(1) perpangkatan bilangan bulat,(2) pecahan, (3) penjumlahan dan pengurangan pecahan, dan (4) perpangkatan Pecahan.* Penulis hanya fokus pada keempat materi yang dipaparkan di atas, karena dalam pembahasan keempat materi tersebut yang paling sering muncul contoh spontan.

3.1.1.1 Materi Ajar Perpangkatan Bilangan Bulat

Ketika G1 membelajarkan materi *perpangkatan bilangan bulat*, G1 menjelaskan terlebih dahulu makna bilangan berpangkat disertai dengan contoh spontan. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip

rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Hari ini, materi yang kita bahas tentang perpangkatan bilangan bulat (menuliskan “Perpangkatan Bilangan Bulat” pada papan tulis)

G1 : Bilangan berpangkat adalah perkalian suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri (menulis contoh spontan 85 = 8 x 8 x 8 x 8 x 8) dimana 8 merupakan bilangan dasar dan 5 merupakan pangkat atau eksponen.

G1 : Bilangan bulat terbagi menjadi 3, yakni bilangan bulat positif, bilangan bulat nol, dan bilangan bulat negatif.

Ketika G1 menjelaskan tentang makna perpangkatan bilangan bulat disertai dengan contoh (contoh spontan), siswa tidak mengalami masalah. Contoh spontan yang diberikan oleh G1 melalui proses ilustrasi, misalnya 85 = 8x8x8x8x8 tidak menjadi masalah bagi siswa, artinya konsepnya itu dengan mudah dipahami. Demikian pula, ketika G1 menjelaskan tentang perpangkatan bilangan bulat yang bilangan dasarnya tidak boleh sama dengan nol sangat mudah dipahami oleh siswa. Contoh (contoh spontan) yang diberikan terkait dengan perpangkatan bilangan bulat yang bilangan dasarnya tidak boleh sama dengan nol, melalui proses ilustrasi tidak menjadi hambatan bagi siswa. Contoh spontan yang diberikan oleh G1 melalui proses ilustrasi merupakan ***contoh spontan ilustratif***. Namun, ketika G1 menjelaskan tentang bilangan yang dipangkatkan dengan nol sama dengan satu, sebagian siswa mengalami kesulitan pemahaman faktual, misalnya di pikiran siswa tersebut bahwa bilangan yang dipangkatkan dengan nol hasilnya juga nol, bahkan ada siswa yang menyebut hasilnya sama dengan 50. G1 mencoba mengklarifikasi bahwa semua bilangan yang dipangkatkan dengan nol sama dengan satu. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Nah sekarang, 50 ?

S : (sebagian menjawab) nol.

G1 : salah.

S : (ada yang menjawab) lima puluh.

G1 : lima pangkat nol itu sama dengan satu (menulis 50 = 1 pada dipapan tulis)

S : (sebagian merasa heran) kenapa bisa

G1 : bahwa semua bilangan dipangkatkan dengan nol hasilnya adalah satu.

G1 : Tetapi di perpangkatan bilangan, kita tidak gunakan ini (menunjuk 50 = 1)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, menunjukkan masih ada sebagian siswa yang berpikiran bahwa suatu bilangan yang dipangkatkan dengan nol hasilnya adalah nol. Konsep bilangan berpangkat nol, masih sulit dipahami oleh sebagian siswa. Ini menunjukkan bahwa siswa mengalami suatu *trouble jenis senjang* (pemahaman yang berbeda atau perbedaan konsep) terhadap pengetahuan faktual dan konseptual, sehingga G1menjelaskan konsep bilangan berpangkat nol dengan melakukan proses klarifikasi. Namun dalam pembahasan materi perpangkatan bilangan, menurut G1 tidak dibahas atau tidak digunakan bilangan yang berpangkat nol. G1 menjelaskan bahwa yang namanya bilangan bulat berpangkat itu, atau bilangan berpangkat adalah perkalian suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri, tergantung berapa pangkatnya. Dengan menuliskan kembali contoh 85 dan menjelaskan bahwa bilangan 8 merupakan bilangan dasar, sedangkan bilangan 5 merupakan pangkat atau eksponen. Karena contoh spontan yang diberikan oleh G1 pembahasannya melalui proses klarifikasi, maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif.*** Selanjutnya, G1 menjelaskan bahwa dalam pembahasan materi perpangkatan bilangan bulat, ada empat hal pada sifat-sifat bilangan bulat yang akan dibahas. Ketika G1 menjelaskan

sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat disertai dengan empat contoh (contoh spontan), dan dijelaskan melalui proses ilustrasi, tidak megalami hambatan bagi siswa. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Ada empat hal, yang perlu dipahami dalam sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat.

G1 : Yang pertama adalah bilangan dasarnya lima berpangkat dua (menulis 52)

G1 : Perkalian bilangan berpangkat (menulis 52 x 53), kalau bilangan dasarnya sama berarti pangaktnya kita tambah (menulis = 52+3) maka hasilnya adalah lima berpangkat lima (menulis 55)

G1 : Yang kedua adalah pembagian bilangan berpangkat (menulis 23 : 22) maka hasil adalah dua berpangkat tiga dikurangi dua (menulis 23-2 = 21) maka hasilnya sama dengan dua berpangkat satu.

G1 : Yang ketiga, bilangan berpangkat, berpangkat lagi (menulis (23)2) ini adalah dua eksponen 3 eksponen 2. Jadi dua eksponen 3 eksponen 2 sama dengan dua eksponen 3 kali dua (sambil menulis (23)2) = 23x2 = 26), maka hasilnya adalah dua eksponen enam.

G1 : Yang terakhir, jika ada dua bilangan (menulis (2x3)4) maka ini artinya kedua bilangan ini mempunyai eksponen yang sama, yakni dua eksponen empat dikali dengan tiga eksponen 4 (menulis 24x34)

G1 : Bisa dipahami?

S : (serentak menjawab) Bisa Pak.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G1 menjelaskan sifat perpangkatan bilangan bulat disertai dengan contoh spontan melalui proses ilustrasi. G1 menjelaskan bahwa pada sifat perkalian bilangan berpangkat, apabila bilangan dasarnya sama maka pangkatnya dijumlahkan. Selanjutnya G1 mengilustrasikan satu contoh, yaitu 52 x 53 = 52+3 = 55. Demikian pula G1 menjelaskan bahwa pada sifat pembagian bilangan berpangkat, apabila bilangan dasarnya sama maka pangkatnya dikurangkan. Kemudian mengilustrasikan satu contoh, yaitu 23 : 22 = 23-2 = 21. Ketika G1 bertanya kepada siswa "apakah bisa dipahami ?", siswa serentak menjawab "bisa pak". Ini menunjukkan bahwa siswa dapat memahami konsep perkalian bilangan berpangkat dan konsep pembagian bilangan berpangkat, apabila bilangan dasarnya sama. Demikian pula pada konsep perpangkatan bilangan berpangkat, dan konsep perpangkatan dari hasil kali dua bilangan dapat dipahami oleh siswa. Contoh spontan yang dikemukakan oleh G1 melalui proses ilustrasi, maka contoh spontan tersebut sifatnya ilustratif atau merupakan ***contoh spontan ilustratif.***

Menurut G1, penjelasan tentang sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat dengan lisan saja tanpa diilustrasikan sebuah contoh, siswa itu merasa kebingungan, walaupun materi tersebut hanya merupakan pengulangan pada pelajaran sebelumnya. Hal tersebut diungkapkan oleh G1 ketika dilakukan wawancara antara penulis dengan G1, sebagai berikut.

P : Waktu Bapak menjelaskan tentang perpangkatan bilangan bulat, Bapak memberikan beberapa contoh yang terkait dengan sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat (sambil menunjuk contoh-contoh yang dimaksud pada hasil tayangan rekaman). Sejauh mana penyajian contoh itu, Bapak anggap tepat bila ditinjau dari kepentingan siswa memahami perpangkatan bilangan bulat?

G1 : Baik pak. Sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat tersebut mengulang dari pelajaran sebelumnya. Berdasarkan pengalaman saya, ketika hanya konsep saja yang saya berikan maka sebagian besar siswa tidak mengerti. Misalnya pada perkalian bilangan berpangkat, ketika saya hanya mengatakan bahwa perkalian dan pangkat memiliki bilangan dasar yang sama maka pangkatnya pasti dijumlahkan. Ketika saya sampaikan seperti itu, siswa merasa kebingungan tentang apa yang dijelaskan. Maka dari itu saya langsung memberikan contoh ilmiahnya saja. Yang kita hadapi adalah banyak siswa yang berbeda-beda karakternya. Saya sudah jelaskan pada tahun sebelumnya, namun tidak terlalu efektif. Ketika dituliskan sifat 1 sampai 4 dalam kalimat saja, siswa menjadi tidak fokus sehingga sekarang ketika saya menjelaskan saya langsung memberikan contoh soalnya saja dengan harapan siswa bisa langsung mengerti.

Berdasarkan wawancara di atas, G1 mengungkapkan bahwa berdasarkan pengalamannya ketika hanya konsep saja yang diberikan secara lisan maka sebagian besar siswa tidak mengerti. Misalnya pada perkalian bilangan berpangkat, ketika hanya disampaikan secara lisan bahwa perkalian bilangan pangkat memiliki bilangan dasar yang sama maka pangkatnya pasti dijumlahkan, sebagian siswa merasa bingung tentang konsep yang dijelaskan secara lisan. Sehingga berdasarkan pengalaman, maka ketika G1 menjelaskan suatu konsep langsung memberikan contoh dengan harapan siswa bisa langsung memahami konsep perkalian bilangan berpangkat atau pembagian bilangan berpangkat.

Namun, sebagian siswa mengalami *trouble jenis sambung* terhadap faktual dan konseptual memahami perkalian bilangan berpangkat atau pembagian bilangan berpangkat yang bilangan dasarnya tidak sama. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Kalau bilangan dasarnya sama kemudian kita kalikan maka pangkat kita tambah, sedangkan bilangan dasarnya sama lalu kita bagi maka pangkatnya kita kurangi, mengerti?

S2 : Tidak Pak.

S2 : Kalau bilangan dasarnya tidak sama Pak?

G1 : Kalau tidak sama maka bilangannya dikasih sama, kalau tidak, prosesnya seperti biasanya.

G1 : Misalnya 2^3 x 3^2, bilangan dasarnya tidak sama kan?, jadi proses kerjanya seperti biasa, yaitu2^3 = 8 dan 3^2 = 9 sehingga 8 x 9 sama dengan 72

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, S2 yang tidak memahami atau mengalami hambatan prosedural ketika melakukan proses penyelesaian pada perkalian bilangan berpangkat yang bilangan dasarnya tidak sama. Akibat hambatan yang dialami oleh S2, G1 mengklarifikasi perkalian perpangkatan yang bilangan dasarnya tidak sama, dan menjelaskan bahwa apabila bilangan dasarnya tidak sama, maka bilangan dasarnya disamakan terlebih dahulu. Namun dari pernyataan G1 tersebut, tidak diberikan contoh sehingga masih sulit dipahami oleh siswa tentang proses penyamaan bilangan dasar pada kedua bilangan berpangkat. G1 hanya menjelaskan melalui proses klarifikasi terkait perkalian bilangan berpangkat yang bilangan dasarnya tidak sama dan proses kerjanya seperti perkalian biasa, misalnya G1 menuliskan 2^3 x 3^2, karena bilangan dasarnya tidak sama maka proses kerjanya seperti biasa, yaitu 2^3 = 8 dan 3^2 = 9 sehingga 8 x 9 sama dengan 72. Contoh spontan yang diberikan oleh G1 melalui proses klarifikasi merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Ketika G1 memberikan contoh yang lain, yaitu bilangan negatif berpangkat sebagian siswa tidak dapat memahami konsep perkalian -42 dengan (-4)2. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Sekarang, sama atau tidak yang ini ? (menunjuk -42 dan (-4)2)

S : (sebagian menjawab) sama Pak.

S : (ada yang menjawab) berbeda Pak.

G1 : Apanya yang membedakan ?

S : (ada yang menjawab) dalam kurungnya Pak.

G1 : Iya dalam kurungnya, satu mempunyai dalam kurung dan satu tidak ada tanda kurungnya (menunjuk -42 dan (-4)2)

G1 : (menunjuk -42) apanya yang berpangkat 2?

S2 : Negatif empat Pak.

G1 : Empatnya.

G1 : Negatif empat (menunjuk-42)?, ingat yang berpangkat adalah 4, tanda negatifnya tidak ikut dalam proses perpangkatan, jadi negatif 4 berpangkat 2 adalah negatif 4 dikali 4 sama dengan 16 (menulis -42 = -4 x 4 = -16)

G1 : Kemudian negatif empat dalam kurung pangkat 2 adalah 16 (menuliskan (-4)2 = (-4) x (-4) = 16)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, sebagian siswa tidak memahami konsep perpangkatan bilangan bulat negatif. Dalam pemikiran siswa tersebut bahwa -42 dan (-4)2 adalah sama karena hasilnya adalah 16. Hal ini terungkap ketika penulis melakukan wawancara dengan S2, sebagai berikut.

P : Waktu Pak Guru berikan contoh ini (menunjuk 42, -42 dan (-4)2 pada tayangan hasil rekaman) apa yang ada di pikiran Anda ?

S2 : Di pikiranku Pak, karena ini (menunjuk 42 pada tayangan hasil rekaman)karena tidak ada negatifnya maka sama dengan 4 x 4, setelah ada negatifnya (maksudnya -42) di pikiranku kubayangkan -4 x -4. Caranya itu -42.

P : Kalau ini (menunjuk (-4)2) menurut Anda, bagaimana caranya ?

S2 : Sama dengan cara tadi (maksudnya -42 = -4x-4) karena hasilnya juga sama.

Berdasarkan wawancara terungkap bahwa S2 tidak dapat membedakan konsep -42 dengan (-4)2. Ini menunjukkan bahwa S2 belum memahami konsep perpangkatan bilangan bulat negatif dalam artian, S2 mengalami *trouble jenis senjang* (perbedaan konsep) terhadap faktual dan konseptual. Akibat dari pemikiran S2 yang keliru (*terjadi trouble*) maka G1 melakukan proses klarifikasi terhadap bilangan bulat negatif berpangkat, yaitu -42 dan (-4)2. G1 menjelaskan bahwa perpangkatan bilangan bulat negatif, tanda negatifnya pada bilangan bulat tersebut tidak ikut dalam proses perpangkatan. Jadi negatif 4 berpangkat 2, yaitu -4 x 4 = -16. Demikian pula (-4)2adalah (-4) x (-4) = 16. Contoh spontan yang diberikan oleh G1 melalui proses klarifikasi merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Terjadinya kekeliruan siswa terhadap penyelesaian contoh -42 dan (-4)2, akibat kurangnya pemahaman konsep perpangkatan bilangan negatif. Berikut petikan hasil transkrip wawancara antara penulis dengan seorang siswa atau subjek (S2).

P : Seperti ini (sambil menunjuk contoh -42; (-4)2 pada tayangan hasil rekaman), ini kan ada pakai tanda kurung ada tidak pakai tanda kurung. Bagaimana pemikiran Anda melihat itu?

S2 : Seperti itu di pikiranku Pak, karena ini (menunjuk 42), tidak ada tanda negatifnya kayak 4 x 4, setelah ada negatifnya di pikiranku kubayangkan -4 x -4 seperti itu caranya -42.

P : Waktu pak Guru belum jelaskan ini (sambil menunjuk contoh -42), sebenarnya yang mana dikuadratkan, menurut pemikiran Anda?

S2 : Kalo pemikiranku pak, negatifnya juga ikut dikuadratkan

P : Tapi kalau yang di bawah, yang ini (sambil menunjuk contoh (-4)2, bagaimana pemikiran Anda memahaminya ?

S2 : Pemikiranku, yang ini (menunjuk (-4)2) saya kira satu saja yang dikasi minus, yang di dalam kurung, saya kira satu juga yang dikasi negatif.

Hasil wawancara di atas, menunjukkan bahwa siswa (S2) memiliki pola pemikiran yang terbalik, misalnya ketika S2 melihat contoh -42 justru yang ada di pikirannya adalah -4 yang dikuadratkan, yaitu -4 x -4. Sedangan pada contoh (-4)2, di pikiran S2 satu saja yang diberi tanda negatif, yang di dalam kurung saja yang diberi tanda negatif, yaitu -4 x 4.

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi perpangkatan bilangan bulat berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif dan contoh spontan klarifikatif dapat digambarkan pada diagram 4.1 berikut.

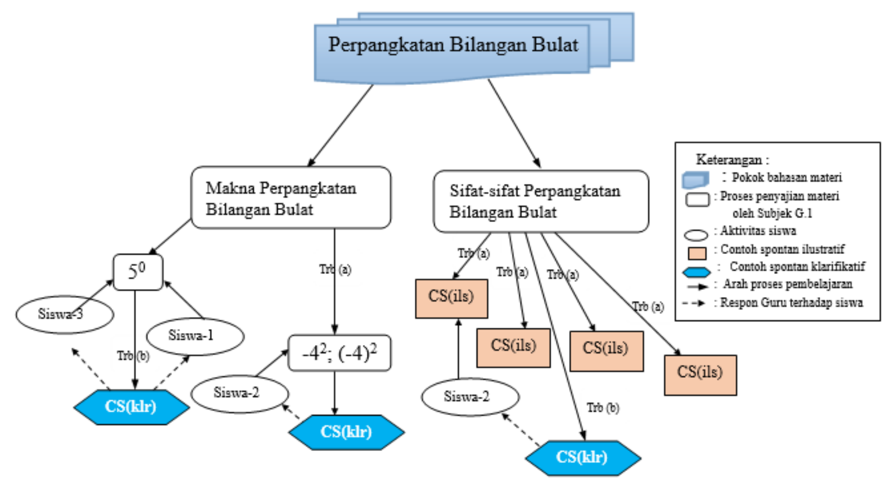


Diagram 3.1. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi perpangkatan bilangan bulat berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif

3.1.1.2 Materi Ajar Pecahan

Ketika Subjek 1 (G1) menjelaskan materi pembelajaran matematika dengan pokok bahasan pecahan, G1 mengecek pengetahuan siswa tentang makna pecahan dan jenis-jenis pecahan yang pernah dipelajari di SD melalui tanya jawab. Dalam proses pembelajaran tersebut, hanya sebagian kecil di antara siswa yang memahami tentang makna pecahan. Hanya beberapa siswa yang dapat menyebutkan tentang makna pecahan, dan makna pecahan yang disebutkan itu juga berbeda-beda. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Apa itu pecahan?

S4 : Bilangan yang memiliki pembilang dan penyebut.

G1 : Ya, bilangan yang memiliki pembilang dan penyebut, yang lain?

S3 : Bilangan yang dapat dibagi pak.

G1 : Yah, bilangan yang dapat dibagi, ayo yang lain.

S2 : Bilangan yang bisa disederhanakan.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G1 meminta kepada siswa untuk menyebutkan makna pecahan. Ada beberapa siswa yang menyampaikan pengertian pecahan sesuai dengan pendapatnya. Pengertian pecahan yang disampaikan siswa tersebut, hanya menyebutkan sebagian ciri-ciri dari suatu pecahan. Ini menunjukkan bahwa masih ada siswa yang belum memahami makna pecahan seutuhnya. Selanjutnya G1 menjelaskan makna pecahan, dengan melakukan proses klarifikasi. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam elas sebagai berikut.

G1 : Pecahan itu adalah suatu bilangan yang berbentuk a per b (menulis pada papan tulis $\frac{a}{b}$, dengan a = pembilang; b = penyebut)

G1 : Perhatikan, ada beberapa yang perlu di perhatikan bahwa nilainya b tidak boleh sama dengan nol dan b adalah bilangan bulat (menulis $b \neq 0$); syaratnya (menulis a dan b adalah bilangan bulat dan b bukan faktor dari a)

Berdasarkan uraian di atas, G1 menjelaskan makna pecahan, dan menekankan pada siswa bahwa ada 3 (tiga) hal yang perlu dipahami pada suatu pecahan, yaitu $\frac{a}{b}$, dengan masing-masing a dan b merupakan bilangan bulat; $b \neq 0$; dan b bukan faktor dari a. Untuk lebih memahami konsep pecahan, G1 memberikan beberapa contoh spontan atau contoh yang muncul secara spontanitas (tanpa didesain sebelumnya), dan non contoh yang berkaitan dengan makna pecahan yang dijelaskan. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : (menuliskan ½) apakah pecahan? (sambil menunjuk bilangan pecahan ½)

S : (serentak menjawab) pecahan.

G1 : (menuliskan $^{6}/_{2}$) apakah pecahan? (sambil menunjuk bilangan pecahan $^{6}/_{2}$)

S : (sebagian menjawab serentak) Pecahan.

S : (ada beberapa menjawab) bukan.

G1 : Yang menyatakan pecahan, siapa?

S2 : Saya.(salah seorang angkat tangan)

G1 : Apa alasannya, menyatakan bahwa $^{6}/_{2}$ pecahan?

S2 : Karena pembilang dan penyebutnya bilangan bulat dan b bukan nol.

G1 : Sebenarnya $^{6}/_{2}$ bukan pecahan karena 2 merupakan faktor dari 6, tadi saya katakana salah satu syarat pecahan adalah b bukan faktor dari a.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, sewaktu G1 mengilustrasikan contoh pecahan ½ yang merupakan contoh spontan karena contoh tersebut dibuat secara spontanitas, nampaknya tidak ada hambatan dalam memahami pecahan, mungkin karena contoh tersebut terlalu sederhana dan atau sering dicontohkan dalam pembelajaran pecahan di SD, sehingga bukan konseptual yang tersimpan dalam memori siswa tetapi karena sudah hapal bahwa ½ merupakan pecahan. Hal ini terbukti sewaktu G1 memberikan non contoh pecahan yaitu $^6/_2$, masih ada beberapa siswa yang belum bisa membedakan antara bilangan pecahan dengan bukan bilangan pecahan. Contoh spontan melalui proses ilustrasi yang dikemukakan di atas disebut ***contoh spontan ilustratif.*** Selanjutnya G1 memberikan contoh spontan bilangan pecahan yang lain. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Lanjut (sambil menuliskan $^5/_3$), pecahan atau bukan pecahan?
S : (sebagian menjawab serentak) pecahan Pak.
S : (beberapa menjawab serentak) bukan pecahan.
G1 : Kenapa bukan pecahan?
S2 : karena pembilang lebih besar dari penyebut.
G1 : Sekarang kita lihat, (menunjuk angka 5), 5 bilangan bulat?
S : (serentak menjawab) bilangan bulat.
G1 : 3 bilangan bulat? (menunjuk angka 3)
S : (serentak menjawab) bilangan bulat Pak.
G1 : 3 bukan nol? (menunjuk angka 3)
S : (serentak menjawab) bukan nol.
G1 : 3 faktor dari 5? (menunjuk $^5/_3$)
S : (serentak menjawab) bukan.
G1 : Jadi, syaratnya ini (menunjuk kembali $^a/_b$, a dan b adalah bilangan bulat; b ≠ 0; dan b bukan faktor dari a). Jadi ada 3 syarat tentang pecahan.

G1 : karena ketiga syarat dipenuhi berarti $^5/_3$ adalah pecahan. (menuliskan pada papan tulis $^5/_3$ adalah pecahan)

Interaksi berpikir di atas menunjukkan bahwa beberapa siswa belum memahami konsep pecahan. Contoh yang diberikan oleh G1, masih ada beberapa siswa yang menjawab "bukan pecahan", alasannya karena bilangan pembilangnya lebih besar daripada bilangan penyebutnya. Karena ada kesalahan yang perlu dibenarkan dalam pikiran siswa atau mengalami *trouble jenis senjang* terhadap konseptual dalam memahami konsep pecahan, maka G1 melakukan klarifikasi terhadap contoh tersebut. Proses klarifikasi terhadap contoh spontan yang dikemukakan oleh G1 merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif dan contoh spontan klarifikatif dapat digambarkan pada Diagram 3.2 berikut.

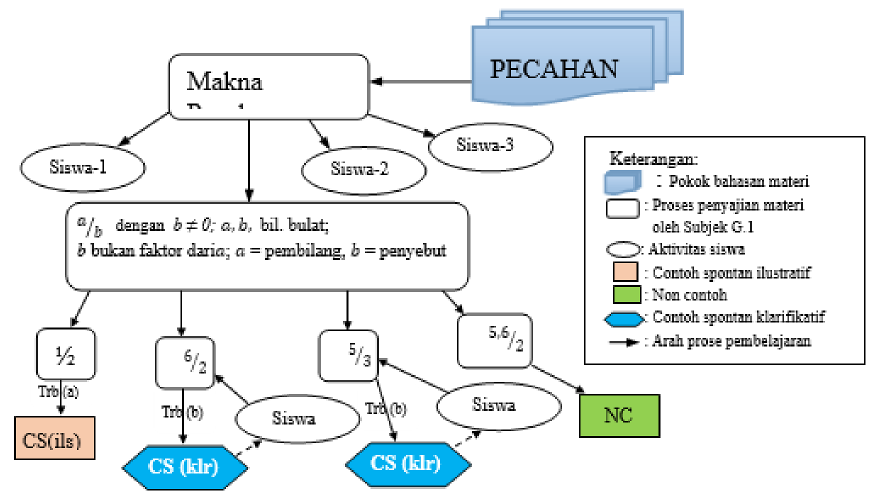


Diagram 3.2. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif dan contoh spontan klarifikatif

Dalam mengubah bentuk pecahan, G1 menjelaskan bahwa ada 12 model pecahan yang harus dipahami. Dan setiap model pecahan tersebut harus dipahami konsepnya. Selanjutnya G1 memberikan masing-masing sebuah contoh yang merupakan contoh spontan (contoh tanpa didesain sebelumnya). Setiap contoh spontan yang dimunculkan oleh G1 dijelaskan melalui proses ilustrasi. Hal ini dilakukan oleh G1 dengan pertimbangan agar konsep model pecahan mudah dipahami maka diilustrasikan contoh spontan masing-masing model tersebut. Jadi G1 memberikan contoh spontan melalui proses ilustrasi berdasarkan konsep yang diberikan kepada siswa. Contoh spontan melalui proses ilustrasi tersebut merupakan ***contoh spontan ilustratif***.

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif dapat digambarkan pada Diagram 3.3 berikut.

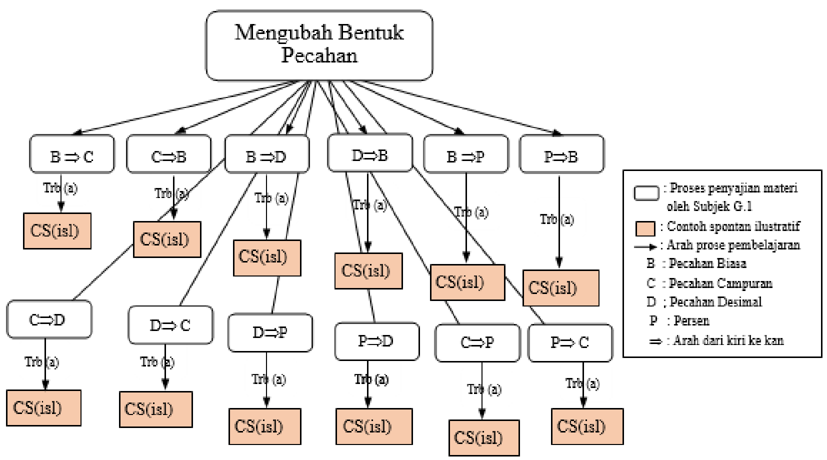


Diagram 3.3. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif

Ketika G1 menjelaskan contoh (contoh direncanakan) mengubah pecahan desimal berulang 2,333... ke pecahan biasa, sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang dan sendat* dalam memahami penjelasan melaui ilustrasi yang dikemukakan oleh G1.

Hal ini sesuai dengan hasil transkrip proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Sekarang contoh berikutnya, bagaimana mengubah pecahan desimal berulang ke pecahan biasa, contohnya (menunjuk contoh 2,333…)

G1 : Sekarang pecahan 2,333,,, angka berulang ditulis sebanyak 3 (menuliskan a = 2,333), anggaplah bilangan ini (menunjuk a = 2,333…) sebuah bilangan, ya kita namakan bilangan desimal a.

G1 : Jadi kalau 10 kali a (menuliskan 10x a = 23,333…), berapa ini?

S : Dua puluh tiga koma tiga tiga tiga.

G1 : Ya, dua puluh tiga koma tiga tiga tiga. Nah, perhatikan.

(melakukan proses ilustrasi terhadap contoh spontan, sebagai berikut.)

Misalnya: $a = 2{,}333\ldots. \Leftrightarrow 10\,a = 23.333\ldots$

$0\,a = 23.333..$

$$\begin{array}{r} a = 2{,}333\ldots \; - \\ \hline 9\,a = 21 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9a}{9} = \frac{21}{9} \Leftrightarrow a = \frac{21:3}{9:3} = \frac{7}{3}$$

Proses ilustrasi yang dilakukan G1 terhadap contoh spontan pecahan berulang, dimana G1 memisalkan pecahan berulang tersebut dengan bilangan desimal a. Selanjutnya bilangan desimal a dikalikan dengan 10 untuk memudahkan mengubah ke model pecahan biasa, namun sebagian siswa mengalami *trouble jenis sambung*. Hal ini terjadi karena siswa terbiasa menyelesaikan mengubah pecahan desimal hanya 2 tempat desimal atau 2 angka di belakang koma. Hal tersebut diungkapkan G1 setelah penulis melakukan wawancara dengan G1, sebagai berikut.

P : Ketika Bapak menjelaskan tentang pecahan berulang, Bapak memberikan contoh mengubah pecahan 2,333… ke pecahan biasa (sambil menunjuk contoh pada tayangan hasil rekaman). Sejauh mana penyajian contoh itu, bapak anggap tepat ditinjau dari kepentingan siswa memahami konsep?

G1 : Ketika mengubah suatu pecahan, yang sering ditampilkan guru dan mengatakan patokan kita hanya 2 tempat desimal, istilah yang sering digunakan 1 angka di belakang koma atau 2 angka di belakang koma. Saya hanya mau mengubah itu bagaimana misalnya 2,32164 tidak ada masalah bisa langsung diselesaikan. Tapi bagaimana kalau misalnya 2,333… dan seterusnya tidak akan selesai. Bagaimana saya dapat mengubah itu, misalnya kita ambil 3,456 berarti 456 merupakan 3 tempat desimal dan pasti per 1000.

Berdasarkan wawancara di atas, terungkap bahwa hambatan siswa dalam mengubah pecahan desimal khususnya desimal berulang karena siswa hanya terbiasa menyelesaikan mengubah pecahan desimal satu angka di belakang koma atau dua angka di belakang koma, sehingga pemahaman siswa hanya sampai di situ. G1 berpikir bagaimana siswa dapat mengubah suatu pecahan desimal lebih dari 4 angka atau 5 angka di belakang koma, misalnya 2,32164 tidak ada masalah bisa langsung diselesaikan. Selanjutnya G1 memberikan contoh pecahan desimal berulang 2,333… Namun ketika G1 menjelaskan melalui proses ilustrasi, sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang dan sendat* terhadap prosedural. Akibat *trouble* yang dialami siswa, G1 memberikan contoh yang berbeda (contoh spontan). Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

S : (beberapa menyahut) Pak, tidak mengerti.

G1 : Yang mana?, yang mana saya ulangi?, saya ulangi sekali lagi?

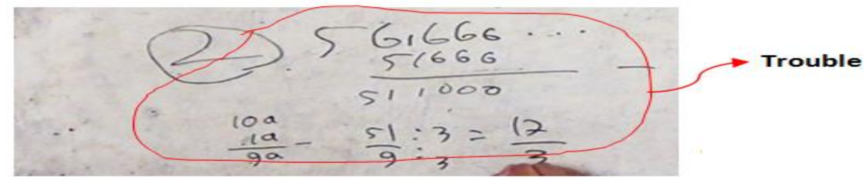
S : (beberapa menyahut) Ganti soal saja Pak.

G1 : Baik, saya kasih lagi satu contoh (menuliskan pada papan tulis 5,666 …)

G1 : Siapa yang bisa menjawab soal di atas?

S1 : Saya Pak. (sambil angkat tangan)

Selanjutnya, S1 menyelesaikan sebagai berikut.



Gambar 1. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S1

Penyelesaian yang dibuat oleh S1, menunjukkan bahwa dia belum memahami secara prosedural mengubah pecahan desimal berulang ke pecahan biasa, walaupun dalam pikiran S1 bahwa hasilnya sama. Dalam hal ini, S1 mengalami *trouble jenis senjang* terhadap prosedural. Sehingga G1 melakukan proses klarifikasi dalam penyelesaian contoh spontan pecahan berulang 5,666 … ke pecahan biasa. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Perhatikan, misalnya a adalah sebuah bilangan, sebuah pecahan biasa yang kalau diubah ke pecahan desimal adalah berapa jadinya? (menulis pada papan tulis $a = 5{,}666\ ...$)

G1 : Jadi kalau kita kali 10 a itu adalah (menulis $= 56{,}6666\ ...$)

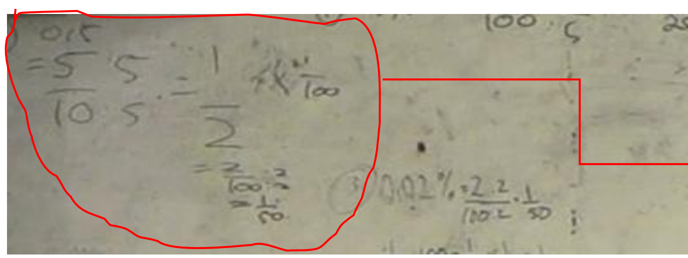
G1 : (menyelesaikan sebagai berikut)

$$10\,a = 56{,}666666$$
$$a = \ \ 5{,}666666\ -$$
$$9\,a = 51$$

$$\Leftrightarrow \frac{9 \times a}{9} = \frac{51}{9} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{51:3}{9:3} = \frac{17}{3}$$

G1 melakukan proses klarifikasi terhadap penyelesaian contoh spontan pecahan berulang 5,666 … ke pecahan biasa. Contoh spontan yang penyelesaiannya melalui proses klarifikasi tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Untuk menanamkan konsep mengubah bentuk persen ke pecahan biasa, G1 memberikan contoh spontan tentang mengubah persen bentuk pecahan desimal ke pecahan biasa dan mengubah persen bentuk pecahan campuran ke pecahan biasa. G1 menunjuk siswa (S1) menyelesaikan contoh spontan yang dimaksud, yaitu (1) 0,5 %. Selanjutnya S1 menyelesaikan contoh spontan tersebut seperti berikut.



trouble

Gambar 2. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S1

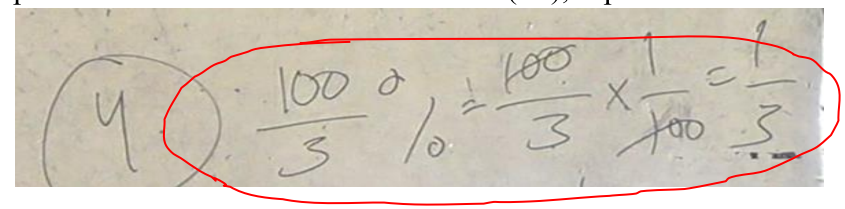
Penyelesaian yang dibuat oleh S1 menunjukkan bahwa dia mengalami kesalahan prosedural, termasuk kesalahan perhitungan (algoritma), sehingga penyelesaian yang dibuat S1 tidak jelas. Nampaknya S1 mengalami *trouble jenis senjang* (pemahaman yang berbeda) terhadap faktual dan prosedural. Akibat kesalahan prosedur dan algoritma yang dilakukan S1, maka G1 melakukan klarifikasi terhadap penyelesain S1 yang salah, G1 menyelesaikan seperti berikut.

G1 : (menjelaskan sambil menulis $0{,}5\% = \frac{5}{10}\% = \frac{5}{10} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{5:5}{100:5} = \frac{1}{200}$

Penjelasan contoh spontan di atas melalui proses klarifikasi, sehingga contoh spontan tersebut merupakan contoh spontan ***contoh spontan klarifikatif.***

Demikian pula contoh spontan berikutnya, mengubah $33{}^{1}/_{3}\%$ ke pecahan biasa diselesaikan oleh siswa (S2), seperti berikut.



Gambar 3. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S2

Walaupun penyelesaian yang dibuat oleh S2, seperti pada gambar 3 di atas sesuai dengan prosedur dan benar. Selanjutnya G1 menjelaskan coontoh spontan $33{}^{1}/_{3}\%$ diubah ke pecahan biasa, dengan cara lain (berbeda dengan cara S2) melalui proses ilustrasi. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G.1 : Untuk contoh berikutnya, jadikan dulu dari pecahan campuran menjadi pecahan biasa (sambil menuliskan $33\,\frac{1}{3}\,\% = \frac{(33\times3)+1}{100\times3} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$)

G.1 : Kenapa dikalikan dengan 3?, karena pembilang dikalikan 3 dan penyebut juga dikalikan 3. (sambil menunjuk $\frac{(33\times3)+1}{100\times3}$)

Menurut G1 bahwa banyak cara sebenarnya yang bisa digunakan untuk menyelesai kan contoh spontan seperti mengubah $33{}^{1}/_{3}\%$ ke pecahan biasa. Salah satu tujuannya agar siswa semakin memahami konsep dan prosedur dalam mengubah persen bentuk pecahan campuran ke pecahan biasa, sehingga mudah dalam menyelesaikan soal. Contoh spontan yang penyelesaiaannya melalui proses klarifikatif seperti di atas, merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Agar siswa dapat dengan mudah memahami proses mengubah suatu persen dalam bentuk pecahan campuran ke model pecahan biasa, demikian pula mengubah bentuk pecahan desimal berulang ke model pecahan biasa, serta mengubah pecahan campuran ke model persen, maka G1 memunculkan tiga contoh (contoh spontan) yang berbeda. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagaiberikut.

G1 : Mengubah $22\frac{1}{2}\%$ ke pecahan biasa (menuliskan $22\frac{1}{2}\% = \frac{(22\ x\ 2)+1}{100\ x\ 2}$

$= \frac{45:5}{200:5}$ (menyebutkan, masing-masing dibagi 5) $= \frac{9}{40}$

G.1 : Contoh berikutnya, karena berulang dua kali, maka dikali dengan 100 (sambil menuliskan $a =\ 4{,}232323\ldots$

$$100\ a = 423{,}232323\ldots$$

Nah, kita ubah (sambil menuliskan $\frac{100\ xa\ = 423{,}232323\ldots}{1\ xa\ =\ 4{,}232323\ldots}$)

sehingga (sambil menuliskan) $9\ x\ a = 419 \iff a = \frac{419}{99}$)

G.1 : Selanjutnya, contoh mengubah ke persen (sambil menulis $1\frac{5}{8}$)

(menuliskan $1\frac{5}{8} = \frac{13}{8} x\ 100\% = \frac{1300}{8}\% = 172{,}{,}5\ \%$

(mengklarifikasi dan menuliskan $= 162{,}5\ \%$)

G.1 : Cara lain dapat juga ditulis menjadi (menuliskan $\frac{13}{8} x \frac{12{,}5}{12{,}5}$)

hilangkan koma (menuliskan $\frac{13}{8} x \frac{125}{125} = \frac{1625}{1000}$ x100% = 162,5 %)

Pada contoh spontan pecahan desimal berulang dua kali 4,232323…., G1 menjelaskan melalui proses klarifikasi. Hal ini dilakukan karena masih ada siswa yang mengalami *trouble* jenis sendat, yaitu siswa tersebut tidak lancar dalam memecahkan masalah seperti contoh tersebut, walaupun beberapa contoh yang serupa telah dijelaskan sebelumnya.

Selanjutnya, pada contoh spontan mengubah $22\frac{1}{2}\%$ ke pecahan biasa dan mengubah $1\frac{5}{8}$ ke model persen, G1 melakukan proses ilustrasi. Hal ini dilakukan karena masih ada siswa yang mengalami *trouble* jenis sambung, yaitu siswa megalami pengetahuan prosedural yang terputus. Contoh spontan dengan proses penyelesaiannya dengan cara proses ilustrasi merupakan ***contoh spontan ilustratif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, dan contoh spontan dapat digambarkan pada Diagram 3.4 berikut.

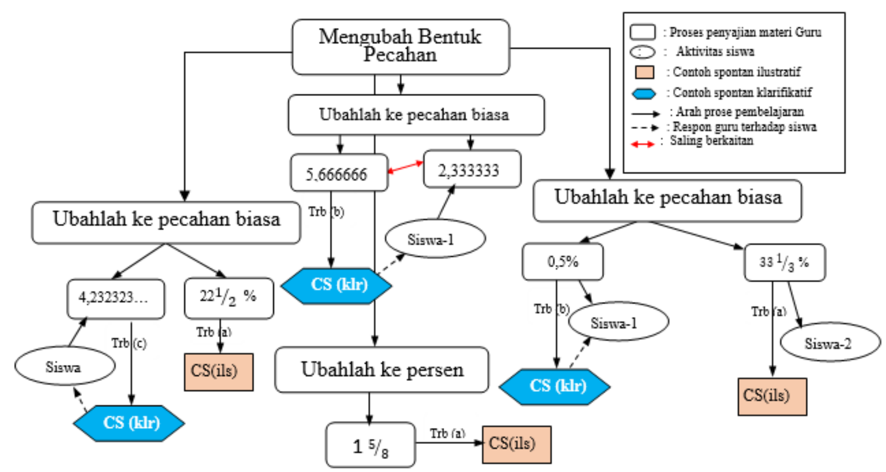


Diagram 3.4. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, contoh spontan klarifikatif, dan contoh spontan konfirmatif

3.1.1.3 Materi Ajar Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan

Pada pembahasan materi selanjutnya, G1 menjelaskan materi pembelajaran matematika tentang penjumlahan dan pengurangan pecahan. Materi yang akan dijelaskan merupakan lanjutan dari materi yang telah dibahas pada pertemuan sebelumnya atau materi pecahan (konsep pecahan).

Sebelum G1 menjelaskan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan, terlebih dahulu dijelaskan sifat-sifat penjumlahan pecahan. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Kita perlu memahami sifat- sifat penjumlahan pecahan.

G1 : Sifat – sifat pada penjumlahan bilangan bulat, yang pertama itu adalah?

S : (sebagian secara serentak) sifat komutatif.

G1 : Apa itu komutatif ?

S : (serentak menjawab) Penukaran.

G1 : Ya, penukaran., tapi yang digunakan disini adalah pecahan. Contoh. (menuliskan $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$) ini hanya berlaku pada penjumlahan pecahan .

G1 : Yang kedua adalah sifat asosiatif, apa itu asosiatif?

S : (sebagian secara serentak) Pengelompokan.

G1 : Ya, pengelompokan. Contoh. (menuliskan $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

G1 : Tiga, sifat identitas. untuk semua pecahan ketika dijumlahkan dengan nol maka hasilnya adalah bilangan itu sendiri, contoh. (menuliskan $\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$) nol adalah unsur identitas pada penjumlahan.

G1 : Yang keempat, sifat tertutup, bahwa ketika penjumlahan pecahan akan menghasilkan suatu pecahan juga, contoh (sambil menuliskan$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$)

G1 : Nah, ini hanya berlaku untuk penjumlahan pecahan, perlu dipahami sekali lagi bahwa apa yang kita lakukan itu tidak beda jauh dengan bilangan bulat.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas bahwa ketika G1 menjelaskan tentang sifat-sifat penjumlahan pecahan, siswa tidak mengalami hambatan, karena G1 hanya mengulangi sifat-sifat penjumlahan yang pernah diajarkan di SD. Namun, sifat-sifat penjumlahan yang dipelajari adalah sifat-sifat penjumlahan pada pecahan. Ketika G1 membahas sifat-sifat penjumlahan pecahan disertai dengan pemberian contoh spontan, G1 menjelaskan contoh sifat penjumlahan pecahan, sifat komutatif, sifat asosiatif, dan identitas tertutup. Selanjutnya contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustratif. Contoh spontan yang dijelaskan dengan proses ilustrasi di atas merupakan ***contoh spontan ilustratif.***

Ketika G1 menjelaskan tentang operasi penjumlahan pecahan sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang* (pemahaman yang berbeda) terhadap prosedural pada penjumlahan pecahan. Hal ini terjadi karena siswa yang mengalami *trouble*, belum memahami prosedur penjumlahan pecahan. Sehingga G1 menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Nah, kita mulai operasi penjumlahan pada pecahan, misalnya kita ambil pecahannya (menuliskan pada papan tulis $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$)

G1 : Perlu diketahui bahwa jika ada dua pecahan, kita lakukan operasi penjumlahan atau pengurangan maka kita samakan dulu apanya?

S : (sebagian serentak menjawab) Penyebutnya.

G1 : Kita harus mencari KPK dari penyebut, berapa KPKnya?

S : (serentak menjawab) 20.

G1 : (menuliskan $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{}{20}+\frac{}{20}$) jadi (menyebutkan (20 : 5) x 2 = 8)

S : (ada yang menjawab) ditambah pak. (maksudnya ditambah dengan 2)

S : (sebagian menjawab) dikali. (maksudnya dikali dengan 2)

G1 : Ditambah atau dikali?

S : (sebagian menjawab) dikali.

S : (ada yang menjawab) ditambah.

G1 : Ketika kita akan lakukan penjumlahan pecahan, maka dengan sendirinya kita akan berbicara tentang pecahan senilai, jadi kita harus cari masing-masing pecahannya yang senilai supaya kita bisa jumlahkan pecahan itu.

G1 : Apakah pecahan $\frac{2}{5}$ senilai dengan $\frac{8}{20}$?atau$\frac{2}{5}$ senilai dengan $\frac{6}{20}$? (menuliskan $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$?; atau $\frac{2}{5}=\frac{6}{20}$?)

G1 : (menuliskan $\frac{8:4}{20:4}=\frac{2}{5}$; $\frac{6:2}{20:2}=\frac{3}{10}$) mana yang sesuai?

S : (sebagian menjawab) $\frac{8}{20}$.

G1 : Berarti pecahannya di …?

S : (serentak menjawab) dikali.

G1 : Ya, kita kali dengan pembilang

G1 : Itu juga berlaku untuk (menunjuk $\frac{3}{4}$), sehingga $\frac{3}{4}$ senilai dengan $\frac{15}{20}$ (menuliskan $\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$)

G1 : Hasilnya adalah ..? (menuliskan $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{23}{20}=1\frac{3}{20}$)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, masih ada beberapa siswa yang belum memahami prosedur menjumlahkan dua bilangan pecahan. Di pikiran siswa tersebut bahwa setelah KPK dari penyebut kedua bilangan pecahan tersebut diperoleh, maka dibagi dengan penyebut dari masing-masing bilangan pecahan, lalu dijumlahkan dengan pembilang. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami suatu *trouble jenis senjang* terhadap prosedural. Salah seorang siswa (S2) mengungkapkan bahwa kesalahan tersebut terjadi karena masih terbawa cara yang dilakukan ketika dia di SD, hal ini terungkap ketika penulis melakukan wawancara dengan S2 sebagai berikut.

P : Apa yang anda pikirkan waktu menjumlahkan 2 pecahan ini? (menunjuk penjumlahan pecahan $^2/_5 + {}^3/_4$ pada tayangan hasil rekaman)

S2 : Saya pikirkan penyebut 20 : 5 sama dengan 4 baru ditambah 2 padahal tidak, eharusnya dikali. Jadi $^2/_5 + {}^3/_4$, kan dibagi dulu 20 : 5, baru saya kira 4 ini ditambah 2 menjadi 6, padahal tidak, 4 ini dikali 2 menjadi 8.

P : Kenapa seperti itu di pikiran Anda?

S2 : Karena waktu di SD seperti itu yang saya pahami.

Berdasarkan wawancara di atas, terungkap bahwa S2 salah melakukan prosedur penjumlahan dua pecahan yang berbeda penyebut, walaupun S2 memahami cara penentuan penyebutnya terhadap kedua pecahan tersebut dengan melihat KPK masing-masing-masing penyebut. Ini menunjukkan bahwa S2 belum memahami proses (prosedural) penjumlahan dua pecahan. Selanjutnya, G1 melakukan proses klarifikasi terhadap penyelesaian contoh spontan tersebut dengan menjelaskan bahwa hasil bagi dari KPK yang diperoleh dengan penyebut masing-masing pecahan dikalikan dengan pembilang masing-masing pecahan dari $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$, sehingga diperoleh $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8+15}{20}=\frac{23}{20}=1\frac{3}{20}$. Selanjutnya G1 menjelaskan bahwa untuk menjumlahkan dua bilangan pecahan $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$, salah satu cara yang dapat dilakukan adalah mencari masing-masing pecahan yang senilai dari kedua pecahan tersebut (maksudnya $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$), supaya kita bisa jumlahkan pecahan itu. Pada penyelesaian $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$ dengan menggunakan pecahan senilai, G1 mengilustrasikan $\frac{2}{5}$ senilai dengan $\frac{8}{20}$, dan $\frac{3}{4}$ senilai dengan $\frac{15}{20}$. Sehingga diperoleh $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{23}{20}=1\frac{3}{20}$. Contoh spontan dijelaskan melalui proses klarifikasi sehingga contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif***.

Agar siswa lebih memahami prosedur penyelesaian penjumlahan pecahan, G1 memunculkan contoh spontan yang berbeda, contoh tersebut menentukan hasil penjumlahan pecahan ke bentuk pecahan desimal. Contoh yang dimaksud, yaitu $\frac{5}{10}+\frac{4}{20}+\frac{3}{30}+\frac{2}{40}$.

Adapaun alasan G1 memberikan contoh spontan tersebut, terungkap berdasarkan wawancara penulis dengan G1 sebagai berikut.

P : Mungkin bisa dijelaskan pertimbangan bapak, mengapa contoh itu yang dipilih? (sambil menunjuk ke empat contoh pada tayangan hasil rekaman)

G1 : Iya, begini pak. Siswa itu selalu berpikir bahwa kita harus samakan saja padahal sebenarnya hanya berdasarkan pada bagaimana mengubah bentuk pecahan. Siswa hanya tau bahwa dicari KPKnya kemudian bagi, kali. Dia tidak berpikir bahwa sudah diajarkan sebelumnya, seharusnya mereka dapat mengerti bahwa yang demikian sudah mereka pelajari

hanya tinggal diterapkan pada materi ini dengan cara misalnya $8\times\frac{1}{20}$ dan $6\times\frac{1}{20}$, $\frac{1}{20}$ itu adalah sebagai bilangan dasar. Hanya saja pemikirannya siswa mungkin tidak sampai kesana.

Berdasarkan wawancara di atas, terungkap bahwa alasan G1 memberikan contoh spontan yang berbeda karena siswa berpikir bahwa untuk menyelesaikan penjumlahan pecahan harus samakan saja penyebutnya, cari KPKnya kemudian bagi, kali. Siswa tidak berpikir bagaimana mengubah pecahan itu, siswa tidak berpikir bagaimana mereka dapat menerapkan pada materi lain. Seorang siswa (S1) bertanya kepada G1 “bagaimana menyelesaikan $\frac{5}{10}+\frac{4}{20}+\frac{3}{30}+\frac{2}{40}$, sangat susah tidak tahu cara menentukan penyebutnya Pak?”. Ini menunjukkan bahwa S1 mengalami *trouble jenis sendat*, artinya tidak dapat melanjutkan atau menyelesaikan contoh tersebut karena tersendat (mengalami kebuntuan) terhadap prosedural. S1 tidak dapat menentukan KPK sebagai penyebut dari penjumlahan pecahan tersebut atau S1 tidak dapat melakukan proses penyederhanaan dari masing pecahan yang akan dijumlahkan. Akibat *trouble* yang dialami S1, maka G1 menyelesaikan contoh spontan tersebut. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Nah, kalau dapat soal yang seperti ini (menunjuk contoh $\frac{5}{10}+\frac{4}{20}+\frac{3}{30}+\frac{2}{40}$) sederhanakan dulu.

G1 : Penyederhanaan dari (menunjuk $\frac{5}{10}+\frac{4}{20}+\frac{3}{30}+\frac{2}{40}$) adalah (menuliskan $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$)

G1 : Berapa KPKnya? ’’

S : (sebagian serentak menjawab) 20.

G1 : Ya, sudah mengerti, jadi penyebut 20.

Selanjutnya, G1 menyelesaikan $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}=\frac{10}{20}+\frac{4}{20}+\frac{2}{20}+\frac{1}{20}=\frac{17}{20}$

G1 : (menunjuk $\frac{17}{20}$) dijadikan pecahan desimal, maka masing-masing dikali 5 sehingga (menuliskan $\frac{17}{20}\times\frac{5}{5}=\frac{85}{100}$ = 0,85)

S2 : Bagaimana caranya Pak?, seharusnya Pak, dikasih desimal dulu. (menunjuk $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$)

G1 : Ya, coba sebutkan desimalnya $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{20}$

S2 : (menyebutkan 0,5; 0,2; 0,1; 0,05)

G1 : Berapa kalau dijumlahkan? (menuliskan 0,5 + 0,2 + 0,1+ 0,05)

S2 : 0,85

G1 : Berarti hasilnya sama, kan ?

G1 : Begini, kalau misalnya mudah kita jumlahkan dihasil akhir soal, tidak masalah, tetapi kalau misalnya susah, sederhanakan dulu, makanya kita pelajari menyederhanakan pecahan.

G1 : Atau Sederhanakan dulu lalu dijumlahkan, ada juga ubah dulu ke pecahan desimal masing–masing, lalu jumlahkan pecahan desimalnya. Banyak cara yang dapat kita lakukan.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G1 melakukan proses klarifikasi terhadap masalah yang dialami oleh S1. G1 menjelaskan bahwa untuk menjumlahkan pecahan contoh spontan tersebut, terlebih dahulu dilakukan penyederhanaan terhadap masing-masing pecahannya. Setelah itu, tentukan KPKnya. Proses selanjutnya, lakukan penjumlahan pecahan, yaitu $\frac{5}{10}+\frac{4}{20}+\frac{3}{30}+\frac{2}{40}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20} \Leftrightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}=\frac{10}{20}+\frac{4}{20}+\frac{2}{20}+\frac{1}{20}=\frac{17}{20}=0{,}85.$

Setelah G1 menjelaskan contoh spontan tersebut melaui proses klarifikasi, salah seorang siswa (S2) menanggapi penyelesaian yang diijelaskan oleh G1. S2 memahami proses penyelesaian (prosedur) yang dilakukan oleh G1, namun dalam pikiran S2 bahwa seharusnya $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$ diubah ke bentuk pecahan desimal lalu dijumlahkan.

Berdasarkan tanggapan S2 terhadap penyelesaian contoh spontan tersebut, G1 menjelaskan bahwa sebenarnya banyak cara yang dapat dilakukan, bisa juga diubah dulu ke pecahan desimalnya, setelah itu lakukan penjumlahan desimalnya yang telah diperoleh. Selanjutnya, G1 mengilustrasikan penyelesaian contoh spontan tersebut dengan mengubah masing-masing pecahan $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$ menjadi 0,5, 0,2, 0,1, 0,05. Proses selanjutnya dilakukan penjumlahan terhadap masing-masing pecahan desimal, yaitu 0,85. 0,5, + 0,2 + 0,1 + 0,05 = 0,85. Contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses klarifikasi sehingga contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan konfirmatif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi penjumlahan dan pengurangan pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, dan contoh spontan klarifikatif dapat digambarkan pada Diagram 4.5 berikut.

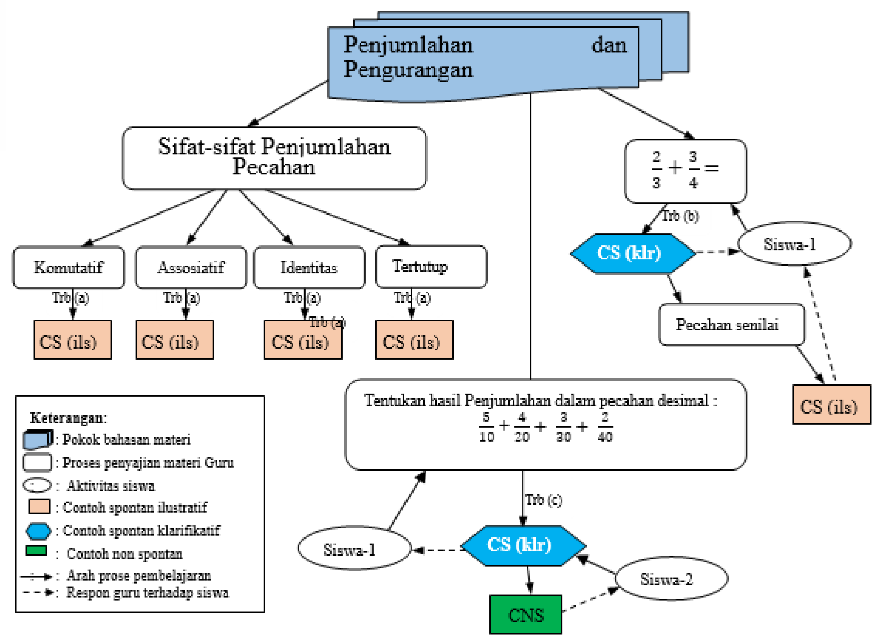


Diagram 3.5. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi penjumlahan dan pengurangan pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, contoh spontan klarifikatif, dan contoh spontan konfirmatif

3.1.1.4 Materi Ajar Perpangkatan Pecahan

Pada pembahasan materi selanjutnya, G1 menjelaskan materi tentang perpangkatan pecahan. Namun sebelum G1 menjelaskan tentang sifat-sifat perpangakatan pecahan, terlebih dahulu menjelaskan kembali tentang perpangkatan bilangan bulat yang telah dijelaskan pada pertemuan sebelumnya, melalui tanya jawab. Salah seorang siswa menyebutkan contoh perpangkatan bilangan bulat, yaitu 22 x 23. Selanjutnya, G1 mengilustrasikan contoh yang disebutkan siswa tersebut dengan mengubah ke perpangkatan bilangan pecahan. G1 menuliskan 22 x 23, dan atas dasar perkalian bilangan berpangkat tersebut mengubah ke bentuk perkalian pecahan berpangkat $(\frac{1}{2})2$ x $(\frac{1}{3})3$. Hal ini sesuai dengan hasil

transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Kita kembali ke perpangkatan bilangan bulat, coba buka catatannya tentang perpangkatan bilangan bulat.

G1 : Difito, sifat yang pertama di perpangkatan bilangan bulat apa?

S4 : Perkalian.

G1 : Perkalian apa?

S4 : Perkalian bilangan bulat berpangkat.

G1 : Contohnya, apa itu?

S4 : 22 x 23.

G1 : (menuliskan 2^2x 2^3) dasarnya dari sini (melingkari 2^2x 2^3), pecahannya akan bisa kita ambil misalnya (menuliskan (1/2)2x(1/3)3. ini salah satu contoh .

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, sebelum G1 menjelaskan tentang sifat perpangkatan bilangan pecahan. G1 terlebih dahulu mengingatkan kembali tentang sifat-sifat perkalian bilangan bulat melalui tanya jawab. G1 mengilustrasikan contoh spontan $(\frac{1}{2})2$ x $(\frac{1}{3})3$ sebagai perkalian bilangan pecahan berpangkat. Namun, contoh tersebut tidak berlaku pada sifat-sifat perkalian pecahan berpangkat, karena bilangan pokoknya tidak sama. Begitu pula, tidak seorangpun siswa yang bertanya tentang contoh yang dikemukakan G1, walaupun sebagian siswa belum paham yang dijelaskan G1. Contoh spontan yang dijelaskan dengan proses ilustrasi di atas merupakan ***contoh spontan ilustratif.***

Namun, ketika G1 memberikan contoh 22 x 23, dan perkalian bilangan bulat berpangkat tersebut mengubah ke bentuk perkalian pecahan berpangkat $(\frac{1}{2})2$ x $(\frac{1}{3})3$, terjadi perbedaan persepsi terhadap pemikiran siswa, hal ini terungkap ketika penulis melakukan wawancara dengan siswa (S1) sebagai berikut.

P : Apakah Devina paham yang dijelaskan pak Guru? (menunjuk contoh 22 x 23 mengubah ke $(1/2)^2$ x $(1/3)^3$)

S1 : Oh, ya. Karena kan namanya saja perpangkatan pecahan jadi haruski diubah ini (menunjuk 22) ke pecahan $(1/2)^2$, kalau $(1/3)^3$) kayaknya……

P : Kalau $(1/3)^3$), kenapa?

S1 : Mungkin Pak Guru salah tuliski pak

P : Kalau di pikiranta berapa sebenarnya?

S1 : 2 ini (menunjuk bilangan 2 pada penyebut $1/3$)

P : Kenapa bisa?

S1 : Tidak tahu kenapa, kenapa pak Guru salah tulis

P : Tapi seharusnya kalau di pikiranta berapa?

S1 : $(1/2)^2$ x $(1/2)^3$)

P : Kenapa bisa di sini $1/2$ pikiranta?

S1 : Iya karena soalnya saja 2^3 jadi harus diikuti. Harus diikuti dengan soalnya.

P : Jadi walaupun di sini bilangan bulat (menunjuk 22 x 23), di sini (menunjuk $(1/2)^2$ x $(1/3)^3$) pecahan yah?

S1 : Ya, seperti itu Pak.

P : Kenapa tidak bertanya?

S1 : (Diam sejenak) takut salah pak

Berdasarkan wawancara di atas, ketika G1 menjelaskan contoh perkalian bilangan bulat berpangkat 22 x 23, dan mengubah ke bentuk perkalian pecahan berpangkat ($\frac{1}{2}$)2 x ($\frac{1}{3}$)3 banyak siswa yang tidak paham karena yang dijelaskan oleh tidak sesuai di pikiran siswa atau terjadi perbedaan dalam pikiran siswa. Ada siswa yang berpendapat bahwa yang dicontohkan oleh G1 ada kesalahan. Namun tidak ada yang bertanya kepada G1 tentang hal tersebut karena siswa merasa belum tentu benar yang ada di pikirannya.

Untuk mengungkap dampak pemahaman siswa terhadap contoh yang diberikan G1 dilakukan wawancara oleh penulis dengan G1 sebagai berikut.

P : Bagaimana pemikiran Bapak tentang dampak pemahaman siswa terhadap konsep materi yang Bapak berikan, bila dikaitkan dengan contoh-contoh yang Bapak berikan?. (menunjukkan contoh $(1/2)^2$ x $(1/3)^3$ pada tayangan hasil rekaman)

G1 : Ketika seorang siswa menguasai konsep diharapkan siswa tersebut mampu menyelesaikan masalah sehari-hari, itu yang mau kita arahkan kesana. Bagaimana penerapan ketika misalnya kita ganti angka dengan huruf kemudian dari huruf tersebut kita coba untuk berikan lagi materi yang berhubungan dengan kehidupan sehar-hari kalau misal sesuatu yang berhubungan dengan perpangkatan.

P : Maaf pak, waktu bapak jelaskan contoh (menunjukkan contoh 22 x 23, mengubah ke bentuk perkalian pecahan berpangkat $(1/2)^2$ x $(1/3)^3$) kelihatannya banyak siswa yang bingung atau mungkin tidak paham?

G1 : Ya memang ada kesalahan di situ pak, seharusnya (maksudnya) di situ $(1/2)^3$ bukan $(1/3)^3$). Karena tidak ada juga anak-anak yang bertanya, kenapa seperti itu ?, mungkin anak-anak malu atau takut bertanya, saya juga lupa mengubahnya. Tapi intinya di sini pak, kalau anak-anak sudah bisa menguasai konsep berarti sudah bisa menyelesaikan masalah sehari-harinya.

Agar siswa lebih memahami konsep perpangkatan pecahan, G1 menjelaskan sifat-sifat perpangkatan bilangan pecahan. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G1 : Nah, yang pertama adalah jika ada sebuah pecahan (menuliskan $\left(\frac{p}{q}\right)^m$). m itu adalah yang mewakili semua pangkat pada bilangan asli, mulai dari 0,1,2,3 dan seterusnya. Jadi m adalah semua bilangan asli.

G1 : Sekarang, jika p per q pangkat m (menuliskan $\left(\frac{p}{q}\right)^m$), artinya (menuliskan $\frac{p^m}{q^m}$). Contoh (menuliskan $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3}$ atau $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{2}$)

G1 : Yang kedua adalah jika ada sebuah pecahan p per q (menuliskan($\frac{p}{q}$)), ini namanya pecahan dan pecahan pokok (menuliskan $\left(\frac{p}{q}\right)^m \text{ x } \left(\frac{p}{q}\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m+n}$) Contoh (menuliskan $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ x } \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$)

G1 : Bisa dipahami sampai disini?

S : (serentak menjawab) bisa Pak.

G1 : Yang ketiga (menuliskan $\left(\frac{p}{q}\right)^m : \left(\frac{p}{q}\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{m-n}$

G1 : Dan sifat yang ke empat (menuliskan $\left(\left(\frac{p}{q}\right)^m\right)^n = \left(\frac{p}{q}\right)^{mxn}$)

G1 : Pada sifat-sifatnya, syaratnya pecahan dasarnya harus sama.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G1 menjelaskan tentang sifat-sifat perpangkatan bilangan pecahan disertai dengan contoh. Pembahasan sifat pertama G1 memunculkan contoh spontan $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, selanjutnya contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi sebagai berikut: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3}$ atau $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{2}$. Demikian pula contoh spontan sifat kedua $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ x } \left(\frac{1}{2}\right)^3$, contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi sebagai berikut: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ x } \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$.

Pembentukan contoh spontan di atas oleh G1 atas pertimbangan bahwa siswa sudah memahami konsep perpangkatan bilangan pecahan (khususnya sifat pertama dan sifat kedua), sehingga dengan mengilustrasikan contoh tersebut siswa dengan mudah memahami konsep perpangkatan bilangan pecahan, dalam artian bila pemahaman siswa terhadap konsep itu terputus, maka dengan memunculkan contoh spontan tersebut maka konsep itu dapat dipahami dengan baik. Contoh spontan yang dijelaskan dengan proses ilustrasi di atas merupakan ***contoh spontan ilustratif.***

Untuk sifat ketiga dan sifat keempat perpangkatan bilangan pecahan, G1 memberikan masing-masing contoh non spontan (diambil dari buku paket), yaitu ($\frac{2}{3}$)5 : ($\frac{2}{3}$)2 dan (($\frac{2}{5}$)2)3. Menurut G1 bahwa sifat ketiga dan keempat di atas, sama prosesnya dengan sifat pembagian bilangan bilangan bulat berpangkat dan sifat bilangan bilangan bulat berpangkat dipangkatkan lagi. Selanjutnya kedua contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi, sebagai berikut: ($\frac{2}{3}$)5 : ($\frac{2}{3}$)2 = ($\frac{2}{3}$)5 – 2 = ($\frac{2}{3}$)3 = $\left(\frac{2^3}{3^3}\right)$ = $\frac{8}{27}$. Contoh berikutnya mengajak siswa untuk menjawab, namun G1 tetap menjelaskan dengan proses ilustrasi sebagai berikut (($\frac{2}{5}$)2)3 = ($\frac{3}{5}$)2x3 = ($\frac{3}{5}$)6 = $\left(\frac{3^6}{5^6}\right)$ = $\frac{729}{15.625}$. Penjelasan contoh di atas, tidak mendapat tanggapan atau pertanyaan dari siswa, sehingga G1 tidak memunculkan contoh yang berbeda yang terkait dengan pembahasan di atas.

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi perpangkatan pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif dapat digambarkan pada Diagram 3.6 berikut.

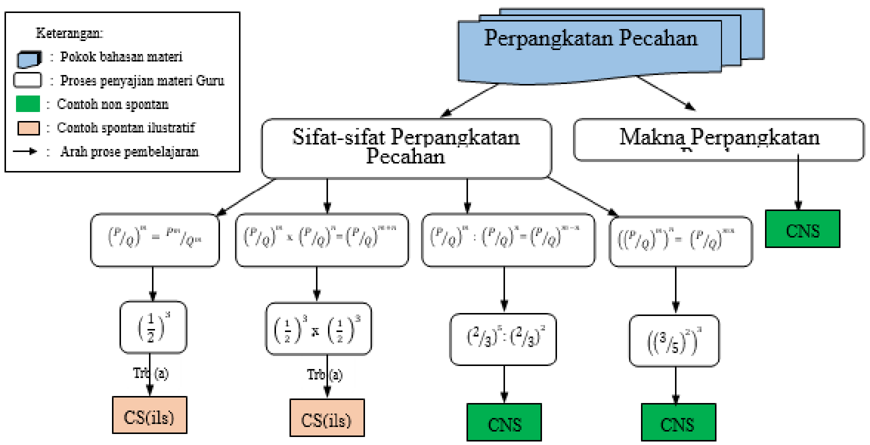


Diagram 3.6. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi perpangkatan pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif.

3.1.2 Paparan dan Analisis Data Subjek 2.

Dalam penulisan buku ini, penulis mengambil data berbasis rekaman audio visual (handycam) di kelas VII dan kelas VIII atau kelas tempat Subjek 2 (G2) membelajarkan materi matematika selama 7 (tujuh) pertemuan. Namun karena tidak setiap pertemuan memunculkan contoh spontan, maka perhatian penulis hanya terpokus ketika G2 membelajarkan materi dan memunculkan contoh spontan. Selama proses pengambilan data di kelas, penulis hanya fokus pada 3(tiga) pertemuan, yaitu ketika G2 membelajarkan materi: yaitu*: (1) mengubah bentuk pecahan, (2) bentuk aljabar,* dan *(3) penjumlahan bentuk aljabar*. Penulis memfokuskan pada tiga

materi ajar yang dikemukakan di atas, karena ketiga materi ajar tersebut banyak muncul dalam contoh spontan.

4.1.2.1 Materi Ajar Mengubah bentuk Pecahan

Ketika Subjek 2 (G2) menjelaskan tentang mengubah pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal, G2 memberikan contoh (contoh spontan). Penyelesaian contoh spontan tersebut melalui Tanya jawab dengan siswa. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G2 : Pecahan (menunjuk $\frac{3}{4}$) diubah menjadi pecahan desimal ada dua cara., yang pertama diapakan?

S : (sebagian menjawab serentak) dibagi.

G2 : Ya, dibagi, seperti ini (menuliskan notasi pembagian $\overline{)\quad}$)

G2 : Cara kedua, diapakan?

S : (ada yang menjawab) dijadikan penyebut 100.

G2 : Kenapa harus 100?, kenapa bukan 1000?, atau kenapa bukan 10?

S : (ada yang menjawab) karena dikali 25.

G2 : Karena 100 adalah kelipatan 10 terkecil yang habis dibagi dengan 4.

G2 : Ya, dijadikan penyebut 100, bagaimana caranya?

S : (ada yang menjawab) dikali 25 Bu.

G2 : Ya, benar dikali dengan 25. (menuliskan $\frac{3}{4} = \frac{3\times 25}{4\times 25}$) jadi, penyebut berapa ?

S : (sebagian menjawab serentak) 100.

G2 : Ok, (menuliskan $\frac{3}{4} = \frac{3\times 25}{4\times 25} = \frac{75}{100} =$) sama dengan berapa?

S : (ada yang menjawab) 0,75.

G2 : Ya, 0,75. (menuliskan $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0{,}75$)

S3 : Bu, dari mana dapat 25?

G2 : Nah, pertanyaan temannya darimana dapat 25?, kenapa harus 25?

S : (ada yang menjawab) karena 4 kali 25.

G2 : Ya, supaya bisa menjadi penyebut 100, maka tentu 4 dikali berapa bisa sama dengan 100, iya kan?

G2 : Jadi, 4 dikali 25.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G2 memancing siswa untuk berpikir melalui tanya jawab dalam menyelesaikan contoh spontan mengubah pecahan $\frac{3}{4}$ menjadi pecahan desimal. Ketika G2 bertanya ke siswa, misalnya kenapa pecahan $\frac{3}{4}$ bila diubah ke pecahan desimal harus penyebut 100, sebagian besar siswa menjawab karena dapat dikali 25. Namun ada siswa (S3) masih bingung dari mana diperoleh 25. Nampaknya S3 mengalami *trouble jenis sambung*, sehingga G2 melakukan klarifikasi bahwa untuk mengubah suatu pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal, penyebutnya harus dijadikan bilangan yang berkelipatan 10, misalnya 10 atau 100 atau 1000. Pada contoh di atas, digunakan penyebut 100 karena 100 kelipatan 10 terkecil yang dapat dibagi habis dengan 4, sehingga hasilnya sama dengan 25. Karena contoh spontan yang dijelaskan melalui proses klarifikasi maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Selanjutnya, G2 memberikan contoh spontan berikutnya, yaitu mengubah bentuk $2\frac{4}{5}$ ke bentuk pecahan desimal. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G2 : Contoh berikutnya (menunjuk $2\frac{4}{5}$) yang ini diapakan dulu?

S : (sebagian menjawab) diubah menjadi pecahan biasa.

G2 : (menulis $2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$) kenapa bisa (menunjuk $\frac{14}{5}$)?

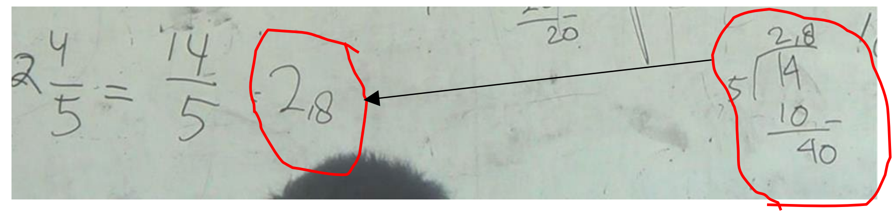
S : (ada yang menjawab) karena $2 \times 5 + 4$.

G2 : Ada yang bisa selesaikan (menunjuk $2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$)?

S4 : Saya Bu.

G2 : Ya, silahkan.

S4 : (menuliskan) menyelesaikan dengan cara pembagian sebagai berikut.



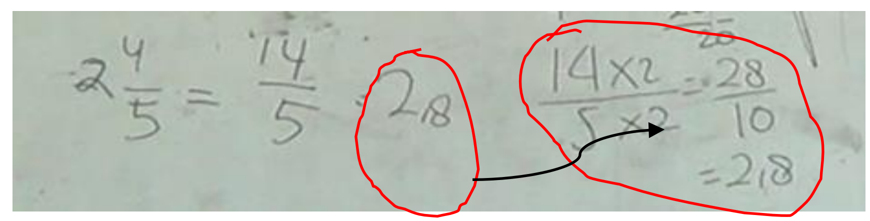
Gambar 4. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S4

G2 : Ada yang bisa dengan cara lain?

S3 : Saya Bu.

G2 : Silahkan.

S3 : (menuliskan) menyelesaikan dengan cara sebagai berikut



Gambar 5. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S3

G2 : Dari contoh 1 dan 2 ada yang mau ditanyakan?

S5 : Bu, kenapa disitu penyebutnya 100 dan 10?

G2 : Kalau mengubah ke pecahan desimal, harus penyebutnya 10 atau 100 atau 1000

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G2 menguji kemampuan siswa terhadap pemahaman mengubah pecahan campuran ke pecahan desimal. G2 menunjuk siswa untuk menyelesaikan contoh spontan yang diberikan, namun contoh tersebut terlebih dahulu diubah pecahannya dari pecahan campuran ke pecahan biasa oleh G2. S2 mencoba menyelesaikan dengan cara pembagian, hal ini dilakukan karena lebih mudah baginya daripada cara lain. Demikian pula S3 mencoba menyelesaikan dengan cara mengubah penyebutnya, hal ini dilakukan karena mudah mengubah penyebutnya, yaitu penyebut 5 menjadi penyebut 10 sehingga sangat mudah menentukan pecahan desimalnya. Namun masih ada siswa (S5) yang belum memahami mengubah pecahan biasa ke bentuk pecahan desimal dengan cara mengubah penyebut terlebih dahulu. S5 belum bisa memahami kapan penyebut 10 digunakan dan kapan penyebut 100 digunakan. Ini menunjukkan bahwa S5 mengalami suatu *trouble jenis sendat* (tersendat atau tidak lancar) dalam mengubah suatu pecahan ke pecahan desimal. Namun G2 melakukan suatu proses klarifikasi terhadap masalah yang dialami oleh S5, dengan menjelaskan bahwa bila mengubah suatu pecahan campuran ke pecahan desimal terlebih dahulu diubah ke pecahan biasa, lalu penyebutnya diubah ke penyebut 10 atau penyebut 100 atau penyebut 1000. Bilangan penyebut pecahan biasa tersebut, apakah penyebut 10 atau 100 atau 1000 yang membagi habis penyebut pecahan tersebut. Karena contoh spontan yang dijelaskan melalui proses klarifikasi maka contoh sponta tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pecahan (mengubah bentuk pecahan biasa ke pecahan desimal) berkaitan dengan munculnya contoh spontan klarifikatif dapat digambarkan pada Diagram 3.7 berikut.

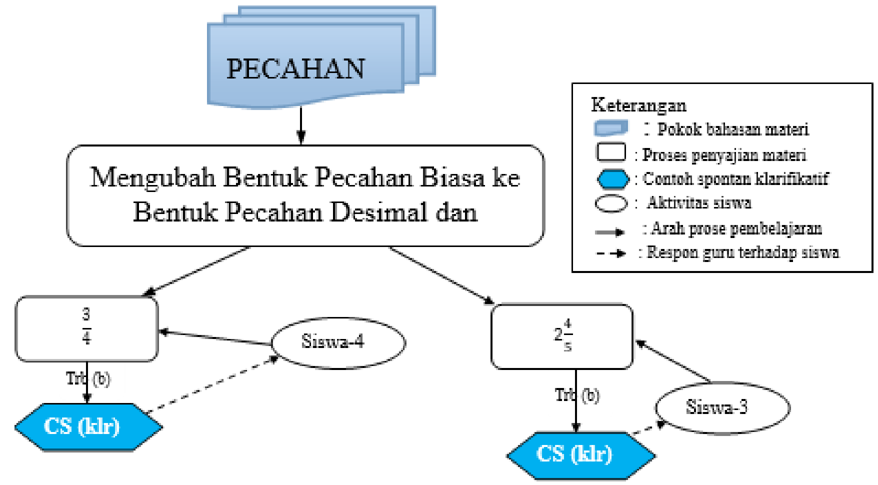


Diagram 5.7. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi mengubah bentuk pecahan biasa ke pecahan desimal berkaitan dengan munculnya

3.1.2.2 Materi Ajar Bentuk Aljabar

Subjek 2 (G2) menjelaskan bahwa pengertian bentuk aljabar adalah suatu bentuk matematika yang memuat huruf-huruf untuk mewakili bilangan yang belum diketahui. Huruf-huruf yang dimaksudkan G2 dalam pengertian bentuk aljabar di atas, yaitu suatu variabel atau peubah yang mewakili suatu bilangan pada bentuk aljabar tersebut. Selanjutnya G2 memberikan contoh bentuk aljabar yang diambil dari buku paket. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G2 : Bentuk aljabar adalah bentuk matematika yang memuat huruf-huruf yang mewakili bilangan yang belum diketahui.

G2 : Contoh (menuliskan a) 2x; b) -3p; c) 4y + 5; d)2x2 – 3x + 7; dan e)(x+1))

G2 : Huruf yang mewakili suatu bilangan yang belum diketahui itu namanya variabel, yang dimaksud tidak diketahui disini yaitu x, p, kemudian y. x2, dan x.

G2 : Ok, sekarang coba lihat (menuliskan 2x + 4) ini adalah bentuk aljabar, dan huruf x ini adalah suatu variabel. Ini konstanta (menunjuk angka 4), kemudian yang satu ini koefisien (melingkari angka 2).

G2 : Bilangan yang mewakili untuk huruf x belum diketahui berapa nilainya itu yang dikatakan dengan variabel, kemudian kalau konstanta dia berdirisendiri tidak ada variabel yang menyertai atau tidak ada yang mendampinginya.

G2 : Ok, contoh bagian a) 2x, berapa variabelnya?, variabel apa?

S : (serentak menjawab) satu, variabel x.

G2 : Koefisien dari variabel x berapa?

S : (serentak menjawab) dua.

G2 : Konstantanya?

S : (serentak menjawab) tidak ada.

G : Bagian b) -3p, berapa variabelnya?, variabel apa?

S : (serentak menjawab) satu., variabel p.

S : (ada yang menjawab) variabelnya –p.

G : Koefisiennya?

S : (serentak menjawab) -3.

G2 : kemudian ada konstantanya?

S : (serentak menjawab) tidak ada.

G2 : Bagian c) 4y +5, berapa varibalenya? dan variabel apa?

S : (serentak menjawab) satu., variabel y.

G2 : Koefisiennya dari variabel y?

S : (serentak menjawab) 4.

G2 : kemudian ada konstantanya?

S : (serentak menjawab) ada.

G2 : Berapa konstantanya?

S : (serentak menjawab) 5.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, sebelum G2 menjelaskan contoh-contoh yang diberikan kepada siswa, G2 mengilustrasikan satu contoh spontan bentuk aljabar yaitu 2x + 4. Pada ilustrasi tersebut, dikemukakan bahwa bentuk aljabar tersebut terdapat variabel, bilangan konstan dan koefisien dari suatu variabel. Demikian pula hanya ada satu variabel x, bilangan kosntannya adalah 4, dan koefisien dari adalah 2. Selanjutnya, G2 menjelaskan tentang banyaknya variabel, bilangan konstanta, dan koefisien variabel pada contoh : a) 2x; b) -3p; c) 4y + 5. Penjelasan contoh tersebut tidak terjadi hambatan bagi siswa karena contoh tersebut masih sangat sederhana. Namun ketika G2 menjelaskan contoh bentuk aljabar berikutnya, yaitu 2x2 – 3x + 7. Ada siswa yang mengalami trouble terhadap pemahaman variabel yang sama. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G2 : Ok, perhatikan contoh bagian d, ada berapa variabelnya? (menunjuk contoh 2x2 – 3x + 7).

S : (sebagian menjawab) ada dua.

G2 : Ada dua?, yang satunya apa?

S : (sebagian menjawab) x.

S : (sebagian menjawab) x2.

G2 : Apakah beda x2 dengan x?(menunjuk 2x2 – 3x + 7)

S : (sebagian menjawab) beda bu.

G2 : Apa bedanya?

S : (sebagian menjawab) pangkatnya.

Berdasarkan interaksi berpikir antara G2 dengan siswa di atas, sebagian siswa belum memahami tentang variabel pada suatu bentuk aljabar. Ketika G2 menunjukkan contoh 2x2 – 3x + 7, sebagian siswa memahami bahwa x2 dan x pada bentuk aljabar tersebut masing-masing satu variabel yang berbeda. Pada interaksi berpikir di atas, ditunjukkan bahwa dalam pikiran siswa tersebut variabel x2 dan variabel x berbeda karena pangkatnya, ada yang berpangkat dua dan ada yang berpangkat satu walaupun simbolnya (hurufnya) sama. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami trouble jenis senjang terhadap faktual dan konseptual. Selanjutnya, G2 menjelaskan melalui proses klarifikasi bahwa bentuk aljabar 2x2 – 3x + 7 hanya memiliki satu variabel, walaupun satu variabel berpangkat satu dan satu variabel berpangkat dua, tetapi karena masing-masing variabel yang sama (variabel x) maka bentuk aljabar tersebut hanya memiliki satu variabel, yaitu variabel x. Ketidakpahaman siswa tersebut terhadap variabel pada bentuk aljabar, nampak ketika G2 memberikan contoh spontan yang lain. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G2 : Sekarang, coba lihat contoh berikutnya. (menuliskan 2x + 3y – 2y + 3). Ini berapa variabelnya?

S : (sebagian menjawab) tiga.

S : (sebagian menjawab) dua.

G2 : Yang bilang dua, variabel apa?

S : (sebagian menjawab) x dan y

G2 : Kemudian yang bilang tiga, variabel apa?

S : (ada yang menjawab) x, y, y.

G2 : Dengan ini (menunjuk 3y – 2y) apakah bisa digabung?

S : (sebagian menjawab) bisa.

G2 : Bisa ya?, berapa nilainya?

S : (sebagian menjawab) satu.

G2 : Iya, satu (menunjuk 3y – 2y)

G2 : Berapa koefisiennya variabel x?

S : (sebagian menjawab) dua.

G2 : Berapa koefisiennya variabel y?

S : (ada menjawab) dua.

S : (ada menjawab) tiga.

S : (ada menjawab) satu.

G2 : Kalau ada dua, diapakan ini? (melingkari 3y – 2y)?

S : (sebagian menjawab) dikurang.

G2 : Ok, dikurang, berarti 3 – 2, berapa?

S : (serentak menjawab) 1.

G2 : Ok, variabel y koefisiennya adalah satu.

S3 : Kenapa bisa koefisien nya 1?

G2 : Karena 3y – 2y sama dengan 1y atau y dengan tidak menuliskan angka 1

S3 : Ibu mau bertanya, kenapa itu 3y dan 2y dia katakan sama, padahal angka depannya itu (koefisiennya) berbeda?

G2 : Karena variabelnya sama.

Berdasarkan interaksi berpikir antara G2 dengan siswa, ternyata masih ada siswa yang belum memahami suku-suku yang sejenis pada bentuk aljabar. S3 menganggap bahwa 3y dan 2y adalah dua suku yang berbeda pada bentuk aljabar. Dalam pikiran S3 walaupun variabelnya sama, tetapi bilangan yang ada pada variabel yang satu (3y) berbeda dengan bilangan yang ada pada variabel yang lainnya (2y). Pemahaman siswa tersebut bahwa setiap suku pada bentuk aljabar berbeda bila masing-masing mempunyai koefisien walaupun variabelnya sama. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami *trouble jenis sambung* terhadap faktual dan konseptual dalam pemahaman konsep suku-suku yang sejenis. Akibat *trouble jenis sambung* yang dialami siswa, maka G2 melakukan proses klarifikasi dalam menjelaskan contoh spontan $2x + 3y - 2y + 3$. G2 menjelaskan bahwa variabel yang sama disatukan atau dikelompokkan, kemudian pengelompokkannya dijumlah atau dikurangi.Selanjutnya, G2 memberikan contoh spontan yang berbeda, yaitu $3x - 4y + 3x - 2$. Alasan G3 memberikan contoh (contoh spontan) yang berbeda, terungkap melalui wawancara penulis dengan G3, sebagai berikut.

P : Mungkin bisa dijelaskan Bu, apa pertimbangan Ibu sehingga diberikan contoh itu? (menunjukkan contoh $3x - 4y + 3x - 2$ pada tayangan hasil rekaman)

G4 : Pertimbangannya, supaya siswa bisa membedakan suku-suku yang sejenis, walaupun pada contoh itu hanya dua variabel, yaitu x dan y, dia bisa menentukan suku yang sejenisnya. Sebenarnya contoh itu (menunjuk contoh $3x - 4y + 3x - 2$) hampir sama modelnya dengan contoh sebelumnya.

Berdasarkan wawancara di atas, terungkap bahwa G3 menyadari bahwa sebagian besar siswa belum memahami suku-suku sejenis pada bentuk aljabar. G3 memberikan contoh lain yang serupa dengan contoh sebelumnya, dengan harapan siswa dapat membedakan suku-suku yang sejenis atau dapat mengelompokkan suku-suku yang sejenis. Nampaknya, dari contoh yang diberikan, masih ada siswa yang belum bisa menentukan suku yang sejenis, sehingga mengalami hambatan dalam menentukan koefisien dari

variabel bentuk aljabar tersebut. Proses penyelesaian contoh spontan tersebut dilakukan melalui proses klarifikasi oleh G2. Karena contoh spontan yang dijelaskan melalui proses klarifikasi maka contoh sponta tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi bentuk aljabar berkaitan dengan munculnya contoh spontan klarifikatif dapat digambarkan pada Diagram 3.8 berikut.

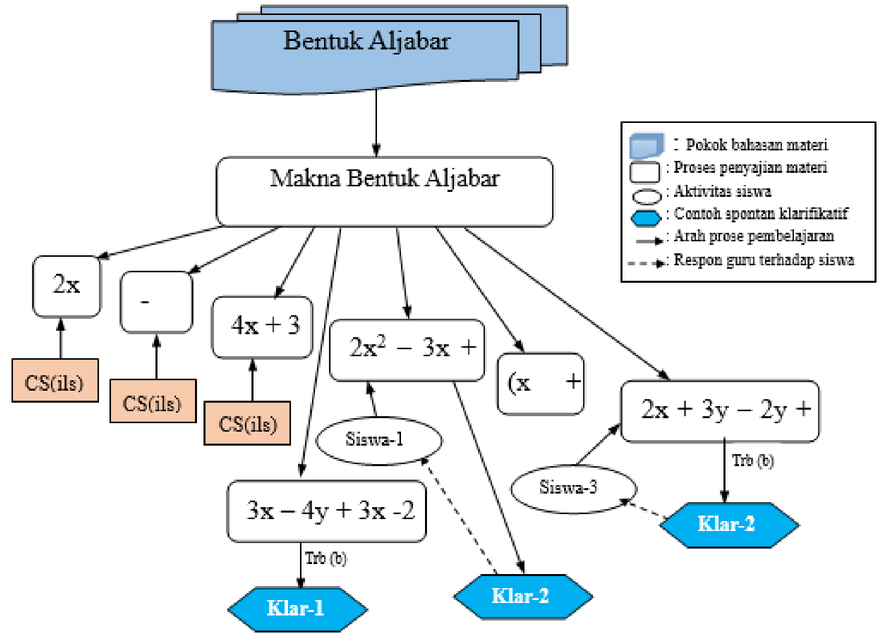


Diagram 3.8. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi bentuk aljabar berkaitan dengan munculnya contoh spontan klarifikatif

3.1.2.3 Materi Ajar Penjumlahan Bentuk Aljabar

Subjek 2 (G2) menjelaskan penjumlahan bentuk aljabar dan memberikan empat contoh spontan. Ketika G2 menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi, siswa tidak mengalami hambatan karena contoh yang dikemukakan oleh G2 masih sederhana. Namun ketika G2 memberikan contoh yang memuat suku-suku yang sejenis, sebagian siswa mengalami hambatan khususnya pada operasi bilangan bulat. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G2 : Untuk penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar, bisa dijumlah atau dikurang kalau sukunya sejenis yah?

G2 : Yang variabelnya sama.

G2 : (menuliskan contoh: (1) 5y + 3y = ; (2) – 6x + 10x = ; (3) 4x + 3 – 6x – 5 =;

(4) 5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6 =

G2 : Contoh nomor satu (menunjuk 5y + 3y), apakah bisa dijumlah atau tidak?

S : (sebagian menjawab) bisa.

G2 : Kenapa bisa?

S : Karena sukunya sejenis.

G2 : Ya, sukunya sejenis atau sama sukunya, berarti (menuliskan (5 + 3)y = 8y)

G2 : Kemudian nomor dua (menunjuk – 6x + 10x), apakah bisa dijumlahkan?

S : (sebagian menjawab) bisa Bu.

G2 : Ok, karena sama-sama variabelnya maka (menuliskan (- 6 + 10) x) berapa?

S : (sebagian menjawab) 4x.

S : (ada yang menjawab) -4x.

G2 : Ya, - 6 + 10 jadinya 4x.

G2 : Contoh yang ketiga (menunjuk 4x + 3 – 6x – 5) sekarang, gabung atau kumpulkan dulu yang sejenis.

G2 : Yang sejenis, yaitu (menuliskan 4x -6x +3 – 5 = (4 – 6)x + (3 – 5)), berapa?

S : (sebagian menjawab) -2x.

G2 : Ok, (menuliskan – 2x + (3 – 5) = …?

G2 : jadi, (menuliskan - 2x + (- 2)).

G2 : Sampai disini, ada yang mau ditanyakan?

S : Yang di bawahnya itu Bu, dari mana? (menunjuk (4 – 6)x + (3 – 5))

G2 : Ya, gabung dulu yang sejenis, cari yang sama variabelnya atau yang sama sukunya.

Berdasarkan interaksi berpikir diatas, ketika G2 menyelesaikan contoh (1) 5y + 3y ; (2) -6x + 10x; dan (3) 4x + 3 – 6x – 5 dan menjelaskan melalui proses ilustrasi. Alasan G2 memberikan contoh spontan tersebut, terungkap berdasarkan wawancara penulis dengan G2, sebagai berikut.

P : Contoh yang Ibu berikan itu (sambil menunjukkan contoh (1) 5y+3y; (2) -6x+10x; dan (3) 4x+3-6x-5; pada tayangan hasil rekaman). Mungkin bisa dijelaskan bu, pada kondisi bagaimana Ibu berikan contoh seperti itu?

G2 : Kasih contoh yang mudahnya dulu supaya dia cepat paham, seperti ini (sambil menunjuk contoh 1) 5y+3y; (2) -6x+10x; dan (3) 4x+3-6x-5 pada tayangan hasil rekaman) tambah dengan kurang atau negatif saya pisahkan dulu variabelnya, supaya siswa lebih mudah atau suruh menggunakan garis bilangan. Kalau langsung saya gabungkan variabel-variabel yang berbeda dengan menggunakan tambah atau negatif (maksudnya operasi kurang), seperti contoh (sambil menunjuk contoh (4) 5x-2y+5-3x+8y-6 pada tayangan hasil rekaman) siswa bingung.

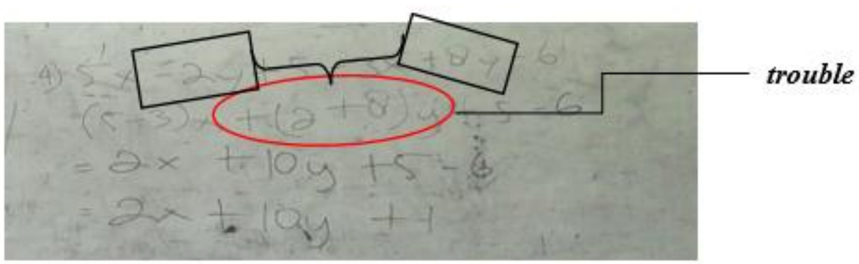
Berdasarkan wawancara di atas, terungkap bahwa G2 memberikan contoh yang lebih sederhana dulu agar siswa cepat paham atau mudah memahaminya, sehingga bila diberikan contoh yang terdiri dari beberapa variabel yang berbeda siswa tidak bingung atau tidak mengalami hambatan. Proses penyelesaian contoh (1) 5y + 3y = ; (2) -6x + 10x = ; dan (3) 4x + 3 – 6x – 5 =, yang dilakukan oleh G2 melalui proses ilustrasi. Namun, ketika penyelesaian penjumlahan bentuk aljabar yang memuat beberapa suku yang sejenis, sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang* terhadap konseptual dan prosedural. Misalnya, penyelesaian contoh spontan 5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6, sebagian siswa mengalami hambatan dalam menentukan suku-suku yang sejenis, demikian pula sebagian siswa mengalami hambatan dalam mengoperasikan suku-suku yang sejenis. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G2 : Siapa yang bisa selesaikan contoh nomor 4 di atas?

S1 : Saya bu.

G2 : Silahkan, selesaikan di atas

S1 : (menyelesaikan sebagai beikut)



Gambar 6. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S1

G2 : Coba perhatikan, apakah sudah benar yang ditulis temannya di atas?

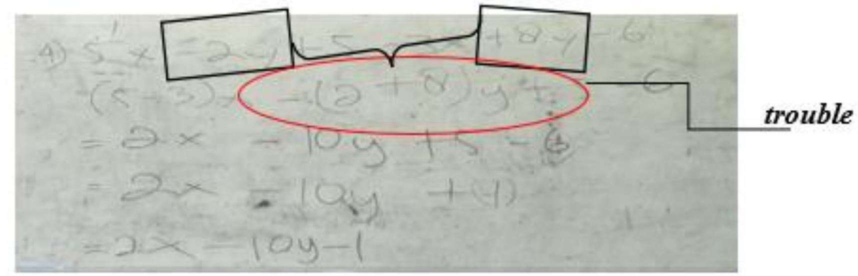
S : (tidak ada yang menyahut)

G2 : Coba perhatikan, apakah sudah benar tandanya?

S2 : Ada yang salah Bu.

G2 : Yang mana?, atau coba perbaiki yang salah.

S2 : (menyelesaikan sebagai beikut)



Gambar 7. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S2

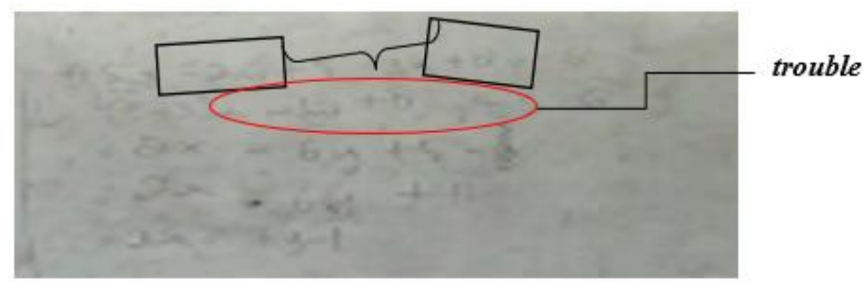
G2 : Apakah sudah benar itu di atas?, coba perhatikan lagi tandanya.

S : (tidak ada siswa yang berkomentar)

G2 : Coba perhatikan, beda itu hasilnya kalau yang dijumlah tidak tanda kurung dengan hasilnya yang dalam kurung.

G2 : Coba perhatikan tanda kurung di atas, kalau begitu modelnya, 2 dan 8 sama- sama negatif. Ada yang mau perbaiki?

S3 : Saya Bu. (menyelesaikan sebagai berikut.)



Gambar 8. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S3

G2 : Coba perhatikan, tetap beda hasil yang dalam kurung.

S : (sebagian siswa menyahut) tidak mengerti Bu. Kita yang selesaikan Bu.

G2 : Ok, coba perhatikan. (mengklarifikasi pekerjaan siswa dan menyelesaikan

sebagai berikut, (menuliskan) $5x - 2y + 5 - 3x + 8y - 6$

Selanjutnya, kumpulkan variabel yang sejenis, maka

(menuliskan $5x - 3x - 2y + 8y + 5 - 6$

$(5 - 3)x + (-2 + 8)y + (5-6)$

$2x + 6y -1$

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, ketika beberapa siswa menyelesaikan contoh (4) $5x - 2y + 5 - 3x + 8y - 6$ di papan tulis, siswa tersebut masih mengalami hambatan dalam menentukan suku-suku yang sejenis, sehingga mengalami *trouble jenis sambung* terhadap konseptual untuk menyelesaikan contoh tersebut. Sedangkan sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang* terhadap prosedural dalam mengoperasikan bilangan bulat, walaupun sudah memahami suku-suku yang sejenis.

Sebagian siswa mengalami kesulitan dalam mengoperasikan -2y + 8y. Siswa tersebut tidak dapat mengelompokkan atau menggabungkan koefisien variable y sehingga kesulitan mengoperasikan kedua suku tersebut. Demikian pula hambatan ini terjadi karena siswa tersebut lemah terhadap konsep operasi bilangan bulat. Selanjutnya G2 menjelaskan contoh $5x - 2y + 5 - 3x + 8y - 6$ dengan proses klarifikasi. G2 mengklarifikasi penyelesaian yang ditulis oleh beberapa siswa yang saling bergantian ke papan tulis untuk menyelesaikan contoh tersebut. G2 menjelaskan bahwa contoh tersebut harus dikelompokkan terlebih dahulu suku-suku yang sejenis atau mengelompokkan variabel yang sama, dengan menuliskan

$5x - 2y + 5 - 3x + 8y - 6$

$\Leftrightarrow 5x - 3x - 2y + 8y + 5 - 6$

$\Leftrightarrow (5 - 3)x + (-2 + 8)y + (5-6)$

$\Leftrightarrow 2x + 6y -1.$

Karena contoh spontan tersebut di atas diselesaikan melalui proses klarifikasi maka contoh spontan tersebut meupakan **contoh spontan klarifikatif.**

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar berkaitan dengan munculnya contoh spontan klarifikatif dapat digambarkan pada Diagram 3.9 berikut.

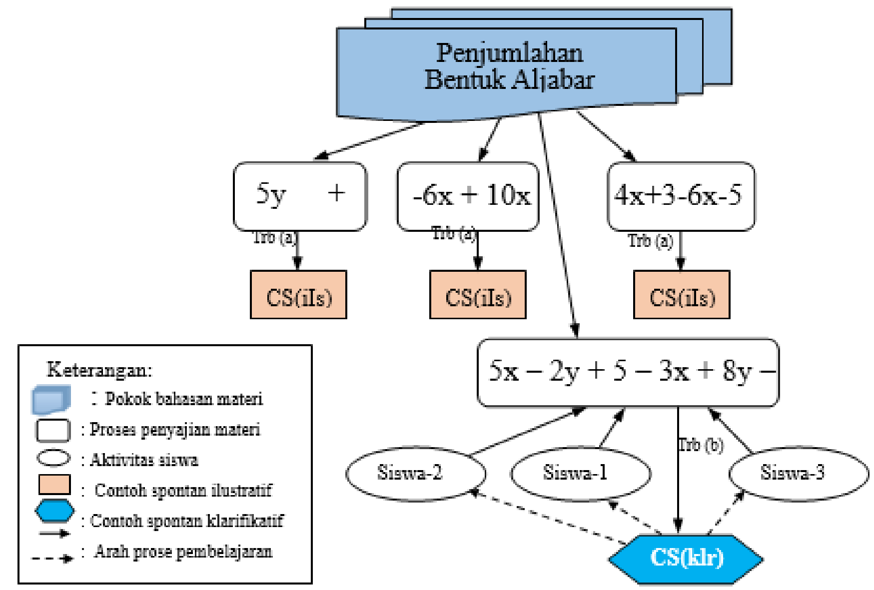


Diagram 3.9. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar berkaitan dengan munculnya contoh spontan klarifikatif

3.2 Paparan dan Analisis Data Subjek Kelompok Guru Berpengalaman

Guru yang menjadi subjek penulisan buku ini, pada kelompok guru berpengalaman adalah G3 dan G4. Berikut paparan dan analisis data subjek 3 (G3) dan subjek 4 (G4).

3.2.1 Paparan dan Analisis Data Subjek 3.

Dalam penulisan buku ini, penulis mengambil data berbasis rekaman audio visual (handycam) di kelas IX atau kelas tempat Subjek 3 (G3) membelajarkan materi matermatika selama 5 (lima) pertemuan. Namun karena tidak setiap pertemuan memunculkan contoh spontan, maka perhatian penulis hanya terpokus ketika G3 membelajarkan materi dan memunculkan contoh spontan. Selama proses pengambilan data di kelas, penulis hanya fokus pada 3 (tiga) pertemuan, yaitu ketika G3 membelajarkan materi (*1) pangkat pecahan, (2) pembagian pada pemangkatan, dan (3) pola bilangan*. Penulis hanya fokus pada ketiga materi yang disebutkan di atas, karena dalam pembahasan ketiga materi tersebut yang paling sering muncul contoh spontan.

3.2.1.1 Materi Ajar Pangkat Pecahan

Sebelum G3 menjelaskan materi pangkat pecahan, G3 mengingatkan kembali siswa tentang pangkat bilangan bulat yang telah dipelajari sebelumnya. Misalnya G3 mengilustrasikan 23 = 8 dan 2-3 = $^{1}/_{8}$ sebagai dasar untuk memahami pangkat pecahan. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : Masih ingat pangkat bilangan negatif?, yang kita bahas hari ini adalah pangkat pecahan.

G3 : Sekarang kita bahas pangkat bilangan bulat, tapi ini tidak dicatat. Saya hanya ulang kembali ya?

G3 : Yang tahu, boleh angkat tangan. Nanti saya tunjuk baru menjawab.

G3 : (menuliskan 23) hasilnya berapa?

S1 : Delapan pak

G3 : Berapa 32 ?

S : (sebagian menjawab) 9

G3 : Berapa 33 ?

S : (sebagian menjawab) 27

G3 : (menuliskan 2-3, lalu menunjuk S2) berapa hasilnya?

S2 : $^{1}/_{8}$ Pak

G3 : (menuliskan 2-3 = $^{1}/_{2^3}$ = $^{1}/_{2x2x2}$ = $^{1}/_{8}$). Ini saya ulang kembali karena nanti akan dibahas pangkat pecahan

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, sebelum siswa mempelajari pangkat pecahan, G3 mengingatkan kembali materi pangkat bilangan bulat, khususnya pangkat bilangan negatif. G3 mencoba merangsang kembali ingatan siswa dengan malakukan pertanyaan yang diajukan kepada siswa tentang pangkat bilangan bulat, misalnya menyebutkan hasil perpangkatan dari 23 , 2-3, 32, dan 33. Namun masih ada siswa yang tidak dapat menjawab pertanyaan G3 yang berkaitan dengan pangkat bilangan bulat negatif. Hal ini menunjukkan bahwa siswa tersebut belum memahami konsep pangkat bilangan bulat negatif. Selanjutnya G3 membahas tentang pangkat pecahan dengan menjelaskan terlebih dahulu sifat-sifat pangkat pecahan. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : Perhatikan sifat berikut, (menuliskan 1. $P^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{P^m}$)

G3 : Yang dibawah (menunjuk n pada $P^{\frac{m}{n}}$) naik ke pangkat akar (menunjuk $\sqrt[n]{P^m}$), yang diatas (menunjuk m pada $P^{\frac{m}{n}}$) menjadi pangkatnya

bilangan $\sqrt[n]{P^m}$)

G3 : Bagaimana kalau begini (menuliskan $\sqrt[a]{P^b}$)

S : (beberapa yang menjawab $P^{\frac{b}{a}}$)

G3 : Ini adalah sifat berikutnya (menuliskan 2. $\sqrt[a]{P^b} = P^{\frac{b}{a}}$)

G3 : Perhatikan, kalau dia adalah bilangan berpangkat pecahan maka itu akan menjadi bentuk akar pada umumnya

G3 : (menuliskan Contoh 1. $5^{\frac{2}{3}}$; 2.$2^{\frac{2}{3}}$;3. $9^{\frac{4}{5}}$; 4. $\sqrt[3]{81}$

G3 : (menuliskan 1.$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

G3 : (menuliskan 2. $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt{}$)

G3 : Coba Ismail (S2) menyebut, apa yang kamu tahu dari bilangan ini (menunjuk $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt{}$),sebut satu saja.

S2 : 2 pak

G3 : (menuliskan 2 pada $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt{2}$), inilah yang disebut oleh Ismail

G3 : Danial (S4) menyebut satu saja

S4 : 3 pak

G3 : (menuliskan 3 pada $\sqrt[3]{2}$)

G3 : Sahra (S5) menyebut, adakah yang perlulagi ditulis ? (menunjuk $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2}$)

S5 : 2 pak

G3 : (menuliskan 2 pada $\sqrt[3]{2^2}$)

G3 : Sukmawati (S6) Coba kamu baca, apa bacanya ini! (menunjuk $\sqrt[3]{2^2}$)

S6 : Tiga akar dari dua pangkat dua

G3 : Fajar (S7) bisa baca ? (menunjuk $\sqrt[3]{2^2}$)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, ketika G3 menjelaskan sifat-sifat pangkat pecahan, G3 tidak menjelaskan syarat yang berlaku pada sifat pangkat pecahan tersebut. Sehingga dalam pikiran siswa apa yang dijelaskan oleh G3, itulah yang berlaku dan dianggap benar. Dalam proses pembelajaran, terjadi tanya jawab (interaksi berpikir) antara G3 dengan siswa. Ketika G3 menjelaskan contoh spontan yang pertama melalui proses ilustratif, kemudian menjelaskan contoh spontan yang kedua melalui proses klarifikasi, terlebih dahulu menunjuk siswa untuk menjawab penyelesaian contoh yang diberikan. Namun siswa yang tidak siap, tidak dapat menjawab pertanyaan G3. Contoh spontan yang pertama dijelaskan melalui proses ilustrasi sehingga contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan ilustratif.*** Demikian pula, karena contoh spontan yang kedua dijelaskan melalui proses klarifikasi maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Agar siswa dapat memahami konsep pangkat pecahan, G3 menjelaskan contoh spontan berikutnya, yaitu menyederhanakan $9^{\frac{4}{5}}$. Sebelum G3 menjelaskan contoh spontan tersebut, menunjuk beberapa siswa untuk menjawab pertanyaan yang diajukan oleh G3 berkaitan dengan contoh tersebut. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : (menuliskan $9^{\frac{4}{5}} = \sqrt{}$) Saya menunjuk ya ?

G3 : Wawan (S6), sebutkan satu saja bilangan

S6 : (menyebut) 9

G3 : (menuliskan $\sqrt{9}$)

G3 : Sifha(S8) sebutkan satu saja!

S8 : (menyebutkan) 5

G3 : (menuliskan $\sqrt[5]{9}$)

G3 : Amran (9) sebutkan bilangan yang lain

S9 : (menyebutkan) 4

G3 : (menuliskan $\sqrt[5]{9^4}$) dan dapat diuraikan

G3 : Perhatikan semua di sini, (menuliskan $\sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$

G3 : Ini (menunjuk bilangan 5 pada pangkat akar), nanti sebanyak lima bilangan 3dalam akar baru lolos satu bilangan 3 atau dikeluarkan dari akar

G3 : Jadi bilangan 3 dikeluarkan satu dari (menunjuk $\sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$ karena lolos satu, sedangkan pangkat bilangannya adalah 3 karena tidak lolos sebanyak 3

G3 : sehingga (menuliskan $3\sqrt[5]{3^3}$) inilah bentuk sederhananya

G3 : Ada masalah ?

S1 : Darimana 3 itu pak ?

G3 : (menunjuk $\sqrt[5]{9^4}$) 9 itu dapat kita urai, 94 berarti 9x9x9x9 atau dapat ditulis seperti itu (menunjuk)

$\sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$

G3 : Contoh lain, misalnya (menuliskan $\sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{(2x2)(2x2)} = 2\sqrt{2}$)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, siswa ditantang untuk berpikir menemukan jawaban atas pertanyaan yang diajukan oleh G3. Demikian pula, ada siswa yang menjawab pertanyaan G3, tatapi tidak memahami makna yang ditanyakan oleh G3. Siswa tersebut spontan saja menjawab karena jawaban atau bilangan yang dimaksud sudah ada pada pangkat pecahan dari contoh tersebut. Selanjutnya, G3 menjelaskan jawaban contoh tersebut. G3 melakukan proses klarifikasi terhadap contoh spontan. G3 menjelaskan bahwa $\sqrt[5]{9^4}$ dapat disederhankan menjadi $3\sqrt[5]{3^3}$ Prosesnya $\sqrt[5]{9^4}$ = karena satu bilangan 3 yang dapat dikeluarkan dari akar dan ada tiga bilangan 3 yang tersisa dalam akar maka hasilnya adalah $3\sqrt[5]{3^3}$. Sehingga dapat dinyatakan

$\sqrt[5]{9^4} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$

$\sqrt[5]{9^4} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$

$\sqrt[5]{3^3} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$

$= 3$

Ketika siswa (S1) bertanya "dari mana diperoleh 3 yang ada dalam akar?". Nampaknya siswa S1 mengalami *trauble jenis sambung* terhadap faktual. Sehingga G3 melakukan proses ilustrasi dan proses klarifikasi. G3 menjelaskan bahwa 94 dalam akar dapat diuraikan menjadi 94 = 9x9x9x9 atau sama dengan 94 = 9x9x9x9 = (3x3)(3x3)(3x3)(3x3). Kalau 100 dapat diurai menjadi 10x10, demikian pula 27 dapat diurai menjadi 3x3x3. Contoh yang lain, misalnya $\sqrt[3]{4^2}$, 42 bisa diurai menjadi 4x4 atau (2x2)(2x2) maka $\sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{(2x2)(2x2)}$. Karena hanya ada satu bilangan 2 yang dapat dikeluarkan dari akar maka dan hanya satu bilangan dua yang tersisa dalam akar, jadi hasilnya adalah $2\sqrt{2}$. Sehingga dapat ditulis $\sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{(2x2)(2x2)} = 2\sqrt{2}$. Contoh spontan diatas melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi sehingga contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan konfirmatif.***

Ketika G3 mejelaskan contoh spontan nomor 4, nampaknya masih ada siswa yang belum bisa memahami, walaupun sudah diberikan dua contoh sebelumya yang setara atau relevan. Nampaknya siswa mengalami *trouble jenis sendat* terhadap prosedural, siswa tidak dapat memahami tentang menguraikan bilangan yang berada dalam akar pangkat. Demikian pula siswa sudah mulai kritis bertanya kepada G3, bila ada yang tidak sesuai di pikirannya. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut

G3 : Contoh nomor 4 (menuliskan $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3x3x3x3}$)

G3 : Kenapa tidak kita urai 9x9?, siapa yang tahu ?

S2 : Karena 9x9 masih bisa diurai

G3 : Karena belum bisa dikeluarkan dari akar maka kita urai

G3 : Coba (menuliskan $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{9x9}$) , bisa dikeluarkan dari akarnya ?

S : Tidak

G3 : (menuliskan 81 = 9x9, 9x9 = 3x3x3x3)

G3 : Jadi (menuliskan $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3x3x3x3} = 3\sqrt{3}$

S2 : Pak, tidak ditulis pangkat akarnya, yaitu 3

G3 : Bagus, kamum ingatkan saya. (melengkapi yang ditulis $3\sqrt[3]{3}$)

S2 : Pak, bertanya pak ?

G3 : Silahkan

S2 : Kalau contoh nomor 4 dijadikan pangkat pecahan pak, seperti sifat 2 yang dijelaskan tadi, bagaimanaitu pak ?

G3 : Baik, kita akan jawab pertanyaan Fajar

G3 : Karena Contoh nomor 4 itu menyederhanakan akar pangkat dari $\sqrt[3]{81}$ maka hasil sederhananya adalah $3\sqrt[3]{3}$. Dan model seperti ini, biasa juga muncul dalam EBTANAS

G3 : Baiklah, sebagaimana pertanyaan temannya tadi, ada cara lain atau salah satu kemungkinan jawaban, misalnya (menuliskan)

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3x3x3x3} = \sqrt[3]{3^4} = 3^{4/3}$$

G3 : Kemungkinan lain, misalnya (menuliskan $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{9^2} = 9^{2/3}$)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G3 menjelaskan contoh spontan berikutnya, yaitu menyederhanakan $\sqrt[3]{81}$. Dan menyelesaikan melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi. G3 menyelesaikan $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3x3x3x3}$, dan menjelaskan bahwa $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{9x9}$, tetapi bilangan 9 belum bisa dikeluarkan dari dari akarnya maka $\sqrt[3]{9x9}$ harus diurai menjadi $\sqrt[3]{3x3x3x3}$ sehingga dapat diselesaikan $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3x3x3x3} = 3\sqrt{3}$. Namun G3 lupa menuliskan pangkat akarnya yaitu 3, sehingga salah seorang siswa (S2) menanyakan apakah memang tidak lagi ditulis pangkat akarnya?. G3 membenarkan bahwa harus ditulis pangkat akarnya dan melengkapi pangkat akar tersebut menjadi $3\sqrt[3]{3}$). Selanjutnya, G3 menanggapi pertanyaan S2 tentang jawaban $\sqrt[3]{81}$ bukan dalam bentuk pangkat akar tetapi dalam bentuk pangkat pecahan sesuai dengan sifat 2 yang dijelaskan oleh G3 sebelumnya. G3 mengklarifikasi bahwa bisa saja jawabannya dalam bentuk pangkat akar, yaitu $3\sqrt[3]{3}$ karena model ini sering juga muncul dalam EBTANAS. Namun ada bebarpa cara lain atau jawaban lain, tergantung permintaan soal atau mungkin alternatif jawaban. Cara lain yang dimaksudkan G3, dijelaskan melalui proses ilustrasi dan klarifikasi. G3 menyelesaikan cara lain yang dimaksud sebagai berikut: (1) $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3x3x3x3} = \sqrt[3]{3^4} = 3^{4}/_{3}$; (2) $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{9^2} = 9^{2}/_{3}$. Contoh spontan di atas diproses melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi sehingga contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan konfirmatif***.

Setelah G3 menjelaskan beberapa contoh spontan, salah seorang siswa (S2) mengajukan pertanyaan yang dalam pikiran S2 bagaimana kalau pangkat akarnya sama dengan pangkat bilangan dalam akar. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

S2 : Pak, bisa bertanya lagi pak ?

G3 : Ya, silahkan!

S2 : Bagaimana kalau pangkat diluar akar dan pangkat di dalam akar sama?

G3 : Bisa ke atas tulis contohnya ?

S2 : (menuliskan $\sqrt[8]{3^8}$)

G3 : Ada yang bisa bantu saya jawabannya?

S : (tidak ada respon)

G3 : Kalau begini (menunjuk $\sqrt[8]{3^8}$) pangkat akar sama pangkat bilangan, langsung saja bilangan 3 dikeluarkan dari akar jadi hasilnya adalah 3.

G3 : Anda pernah belajar tentang arti pangkat dan arti akar, ya?

G3 : Contoh akar pangkat 3 dari 8 (menuliskan $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3}$) nilainya 2

G3 : Darimana 23 ?

S : (sebagaian menjawab) 8

G3 : Contoh lain, akar pangkat 3 dari 27 (menuliskan $\sqrt[3]{27}$) nilainya 3.

G3 : Contoh berikutnya, akar pangkat 3 dari 125 (menuliskan $\sqrt[3]{125}$) nilainya 5, kenapa? karena akar pangkat 3 dari 125 sama dengan akar pangkat 3 dari lima pangkat 3 (menuliskan $\sqrt[3]{5^3} = 5$)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G3 merespon pertanyaan siswa (S2) tentang pangkat akar sama dengan pangkat bilangan dalam akar. Pertanyaan tersebut muncul dari S2, dia hanya ingin mengetahui bagaimana kalau pangkat yang ada diluar (pangkat akar) dengan pangkat yang ada di dalam (pangkat bilangan) adalah sama. Sehubungan dengan pertanyaan S2, G3 menanggapi dengan memberikan tiga contoh spontan yang relevan dengan contoh yang ditulis oleh S2, yaitu (1) $\sqrt[3]{8}$; (2) $\sqrt[3]{27}$; dan (3) $\sqrt[3]{125}$. Ketiga contoh tersebut dijelaskan G3 melalui proses klarifikasi. Alasan G3 memberikan tiga contoh yang relevan dengan pertanyaan S2, terungkap melalui wawancara penulis dengan G3 sebagai berikut.

P : Sehubungan dengan pertanyaan siswa (S2), Bapak memberikan 3 contoh. (menunjukkan contoh (1) $\sqrt[3]{8}$; (2) $\sqrt[3]{27}$; (3)$\sqrt[3]{125}$ pada tayangan hasil rekaman) Mohon jelaskan pertimbangan bapak, mengapa contoh tersebut yang dipilih?

G3 : Saya mengambil 3 contoh yang mirip tapi beda salah satu cara saya untuk menjaring mereka untuk berpikir bahwa bilangan apapun bilangannya itu asalkan bilangan positif, yang bilangan dalam akar dapat diubah menjadi bilangan berpangkat yang pangkatnya sama dengan pangkat akar.

Berdasarkan wawancara di atas, terungkap bahwa ketika G3 merespon pertanyaan siswa (S2), G3 memberikan 3 contoh yang relevan sehubungan dengan pertanyaan S2. Contoh yang diberikan tersebut memancing siswa berpikir untuk mengubah suatu bilangan dalam akar sehingga diperoleh bilangan berpangkat yang pangkatnya sama dengan pangkat akar. Selanjutnya, G3 menjelaskan masing-masing contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi. G3 mengklarifikasi bahwa $\sqrt[3]{8}$ dapat saja diubah menjadi $\sqrt[3]{2^3}$, contoh $\sqrt[3]{27}$ dapat diubah menjadi $\sqrt[3]{3^3}$, demikian pula $\sqrt[3]{125}$ dapat diubah menjadi $\sqrt[3]{5^3}$. sehingga pangkat bilangan dalam akar sama dengan pangkat akar. Bila pangkat akar sama dengan pangkat bilangan dalam akar maka hasilnya adalah bilangan dalam akar tersebut. Jadi $\sqrt[3]{2^3} = 2$, $\sqrt[3]{3^3} = 3$, $\sqrt[3]{5^3} = 5$. G3 menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi. Contoh spontan yang dijelaskan oleh G3 melalui proses klarifikatif sehingga contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pangkat pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif dapat digambarkan pada Diagram 3.10 berikut.

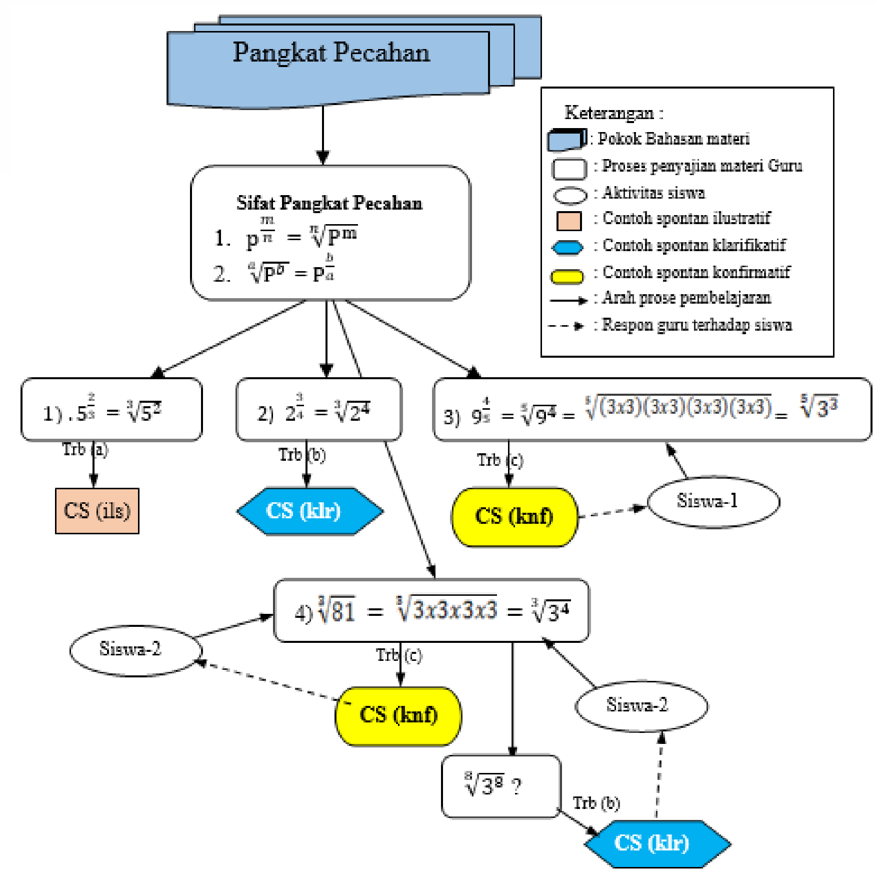


Diagram 3.10. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pangkat pecahan berkaitan dengan munculnya contoh spontan Ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif

3.2.1.2 Materi Ajar Pembagian pada Pemangkatan

Dalam pembahasan materi pembagian pada pemangkatan, G3 terlebih dahulu menjelaskan sifat-sifat pembagian pada pemangkatan, kemudian memberikan empat contoh dengan tiga contoh spontan dan satu contoh non spontan. Alasan G3 memberikan empat contoh tersebut adalah untuk memancing siswa berpikir.

Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : Jika a adalah suatu bilangan bulat dan $a \neq 0$, kemudian m dan n adalah bilangan bulat, maka berlaku : $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$,

G3 : Pangkat yang diatas dikurangi pangkat dibawah dengan bilangan apapun itu.

G3 : Yang mana yang dibagi.

S : a pangkat m.

G3 : a pangkat m pembaginya a pangkat n

G3 : Contoh Sederhanakanlah pembagian bilangan perpangkatan berikut ini menurut sifatnya.

G3 : Yang mana itu sifatnya, yaitu : $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dan a adalah bilangan bulat tidak boleh nol, m dan n sebarang bilangan asalkan bilangan bulat bukan pecahan, kenapa bukan pecahan karena kita masih bicara bilangan bulat

G3 : (menulis contoh 1) $\frac{2^5}{2^3}$; 2) $\frac{4^7}{4^4}$; 3) $\frac{-7^5}{-7^4}$; 4) $\frac{x^5}{x^2}$

G3 : contoh nomor satu sesuai sifatnya yaitu :

$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$.

G3 : Kita tidak mencari nilainya tapi kita menjawab sesuai sifatnya.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G3 menjelaskan sifat-sifat pembagian pada pemangkatan, namun tidak menjelaskan makna sifat-sifat tersebut. Ketika contoh spontan diselesaikan melalui proses ilustrasi, siswa dengan mudah memahami. Secara prosedural tidak menjadi kendala bagi siswa karena sifat-sifat pembagian pada pemangkatan dengan mudah dihafal oleh siswa. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : Sekarang contoh nomor 2 (menuliskan $\frac{4^7}{4^4}$=)

G3 : Siapa yang mau meneruskan nomor 2

S : (sebagian menjawab) saya pak

G3 : menunjuk S4

S4 : (menyebutkan empat berpangkat tujuh kurang empat sama dengan dua pangkat tiga)

G3 : (menuliskan $\frac{4^7}{4^4} = 4^{7-4}$)

G3 : (menunjuk S5) menurut kamu, apakah sudah benar jawaban temanmu ini? (menunjuk 4^{7-4})

S5 : Karena pangkatnya dikurang

G3 : Perhatikan, setiap pangkat diatas itu dikurangi pangkat dibawah, kita tidak memikirkan hasilnya apa, jadi kita tidak pikirkan hasilnya positif atau negatif.

G3 : Siapa yang bisa jawab hasilnya

S : (sebagian menjawab) saya pak

G3 : (menunjuk S6) berapa jawaban terakhirnya

S6 : Sama dengan empat berpangkat tiga

G3 : Inilah jawaban terakhirnya, benar atau salah menurut kalian

G3 : Ya, jawabannya benar (menuliskan $\frac{4^7}{4^4} = 4^{7-4}$ = 43)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, ketika G3 menyelesaikan contoh $\frac{4^7}{4^4}$, G3 memancing siswa untuk berpikir dengan mengajukan pertanyaan sesuai dengan pertanyaan contoh spontan $\frac{4^7}{4^4}$, menunjuk salah seorang siswa menyebutkan atau menjawab pertanyaan sesuai di pikiranya. Ketika siswa yang ditunjuk menjawab, G3 tidak langsung merespon bahwa jawabannya benar atau salah, tetapi menunjuk siswa lain untuk berpikir apakah jawaban temannya itu sudah benar atau tidak. Dari jawaban siswa tersebut, G3 mengilustrasikan semua jawaban yang dikemukakan oleh siswa. Misalnya, ketika G3 menuliskan $\frac{4^7}{4^4}$, menunjuk salah seorang siswa (S4) menjawab sesuai sifat pembagian pada pemangkatan. Dan ketika S4 menjawab 4^{7-4} = 43, G3 tidak menghendaki jawaban akhirnya atau hasilnya tetapi prosesnya, lalu menunjuk siswa lain (S5) untuk berpikir, apakah proses yang disebutkan oleh S4 sudah benar atau salah. Selanjutnya, G3 menunjuk siswa lain (S6) untuk menyebutkan jawaban terakhirnya. Dan G3 melakukan proses klarifikasi terhadap semua jawaban yang dikemukakan oleh siswa yang ditunjuk. G3 mengemukakan untuk menyelesaikan soal seperti contoh $\frac{4^7}{4^4}$, yang harus diperhatikanadalah setiap pangkat diatas (maksudnya pada pembilang) itu dikurangi setiap pangkat dibawah (maksudnya pada penyebut), kita tidak memikirkan hasilnya apakah positif atau negatif.

Karena contoh spontan yang pertama dijelaskan melalui proses ilustrasi maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan ilustratif.*** Demikian pula pada contoh spontan yang kedua dijelaskan melalui proses ilustrasi maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan ilustratif***

G3 melanjutkan penyelesaian contoh nomor 3, namun penyelesaian tersebut tidak langsung diselesaikan tapi menunjuk salah seorang siswa untuk menjawab pertanyaan G3 sehubungan dengan penyelesaian contoh tersebut. Misalnya, G3 menuliskan $\frac{-7^5}{-7^4} =$, lalu menunjuk ke salah seorang siswa untuk menyebutkan jawabannya. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : Selanjutnya, siapa yang mau menjawab nomor 3? (menuliskan $\frac{-7^5}{-7^4} =$)

S : (sebagian menjawab) saya pak

G3 : (menunjuk S2 menjawab contoh soal nomor 3)

S2 : (menyebutkan) negatif 7 berpangkat lima dikurang empat

G3 : (menuliskan (-7)5-4 , inilah jawaban temannya, apakah benar atau salah?

S : (sebagian menjawab) benar

G3 : (menunjuk S7) berapa jawaban akhirnya?

S7 : Sama dengan negatif 7

G3 : (menuliskan (-7)) apakah berpangkat satu?

S : (sebagian menjawab) tidak

S : (sebagian menjawab) ya

G3 : (menunjuk (-7)) berpangkat satu, boleh ditulis boleh tidak, tapi lebih baik tidak ditulis

G3 : (menulis jawaban siswa $\frac{-7^5}{-7^4} = (-7)^{5-4} = (-7)$)

S2 : Pak, bagaimana kalau pangkatnya yang diatas negatif dan dibawah positif?

G3 : Kalau pangkatnya di atas negatif dan di bawah positif, apakah berubah aturan ini (menunjuk $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$)?

S : (sebagian menjawab) tidak pak

G3 : Baik, saya berikan contoh (menuliskan $\frac{5^{-3}}{5^2}$= 5-3-2)

G3 : Berapa hasilnya?

S : (sebagian menjawab) negatif lima

S : (sebagian menjawab) negatif satu

G3 : Coba perhatikan, kalau +3 +3 (digabung) maka hasilnya adalah +6 atau ditulis 6

G3 : Kalau -3 -2 (digabung) maka berapa hasilnya?

S : (sebagian menjawab) negatif 5

G3 : Contoh lain: 3 – 2 = 1; 2 – 3 = -1; -2 – 2 = -4. Jadi -3–2 = -5

G3 : Jadi kalau begitu jawabannya adalah (menuliskan $\frac{5^{-3}}{5^{2}}$ = 5-3-2 = 5-5)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, penyelesain contoh nomor 3, siswa lebih diaktifkan untuk memikirkan jawabannya. G3 memancing siswa untuk lebih aktif menjawab pertanyaan yang diajukan. Hal ini dilakukan oleh G3, agar supaya siswa bisa meningkatkan proses berpikirnya. Secara prosedural, sebagian besar siswa sudah dapat memahami. Artinya siswa dapat melakukan proses penyelesaian terhadap permasalahan pembagian pada pemangkatan. Siswa dapat menerapkan aturan atau sifat pembagian pada pemangkatan. Namun secara konseptual terkadang siswa mengalami *trouble jenis sambung*, misalnya siswa mengalami *trouble* jika salah satu bilangan yang berpangkat adalah negatif.

Salah seorang siswa (S2) bertanya "bagaimana kalau pangkatnya yang di atas (maksudnya pembilang) bilangan negatif?". Pada hal aturannya atau sifat yang berlaku, bilangan yang berpangkat adalah bilangan bulat, artinya bilangan bulat itu boleh positif atau boleh negatif. Hal ini menunjukkan bahwa aturan atau sifat pembagian pada pemangkatan belum sepenuhnya dipahami oleh siswa. Demikian pula G3 tidak menunjukkan suatu contoh yang diberikan yang menggunakan pangkat bilangan negatif. Selanjutnya, G3 merespon pertanyaan S2 tentang salah satu bilangan pangkatnya adalah negatif, yaitu pangkat diatas (pada pembilang) bilangannya negatif, sedangakn pangkat dibawah (pada penyebut) bilangannya positif. G3 menjawab pertanyaan S2 melalui proses klarifikasi bahwa pangkat yang diatas (maksudnya pada pembilang) maupun pangkat yang dibawah (maksudnya pada penyebut) bisa saja bilangannya negatif dan memberikan contoh spontan, yaitu $\frac{5^{-3}}{5^{2}}$.

Ketika G3 menjelaskan contoh tersebut, menuliskan bahwa $\frac{5^{-3}}{5^{2}}$= 5-3-2, namun sebagian siswa masih mengalami *trouble jenis sambung* terkait dengan operasi bilangan bulat. Sebagian siswa tidak memahami konsep penjumlahan bilangan bulat negatif. Misalnya ketika dituliskan bilangan pangkatnya -3–2, sebagian siswa menyebutkan hasilnya sama dengan negatif satu (-1). Hal ini menunjukkan bahwa siswa tersebut belum memahami konsep penjumlahan bilangan bulat positif dan negatif. Selanjutnya untuk mengatasi hambatan yang dialami oleh siswa, G3 melakukan proses ilustrasi, dengan menunjukkan penjumlahan bilangan bulat positif dan negatif. Misalnya, G3 menuliskan 3–2 = 1; 2 – 3 = -1; -2 – 2 = -4. Berarti -3 – 2 = -5. Sehingga $\frac{5^{-3}}{5^{2}}$ = 5-3-2 = 5-5.Karena contoh spontandi atas dijelaskan melalui proses klarifikasi maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan klarifikatif***. Demikian pula contoh spontan berikutnya dijelaskan melalui proses ilustrasi dan klarifikasi maka contoh spontan tersebut adalah ***contoh spontan konfirmatif***.

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pembagian pada pemangkatanberkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif dapat digambarkan pada Diagram 3.11 berikut.

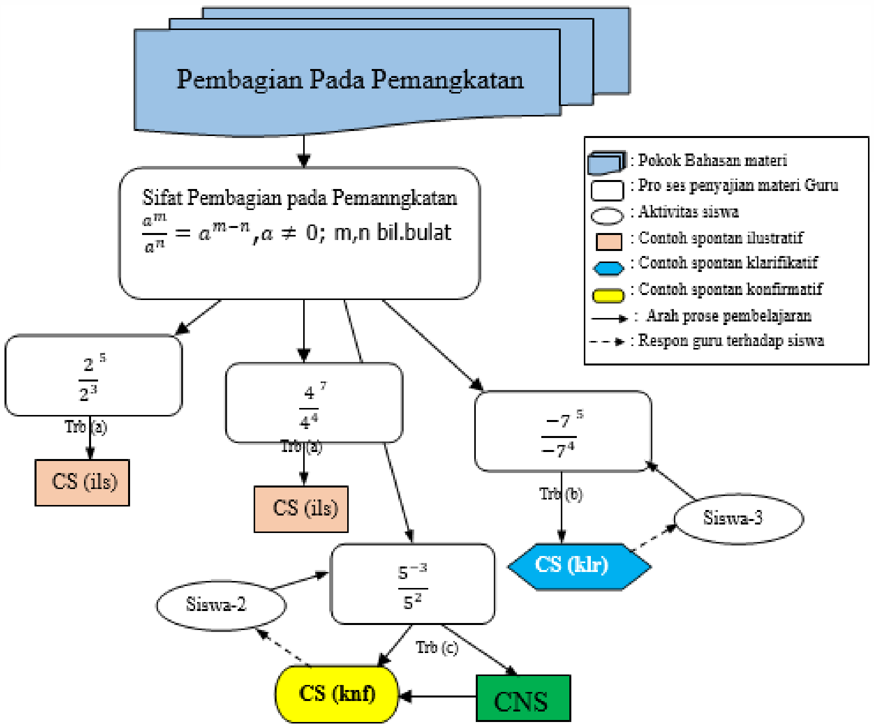


Diagram 3.11 Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pembagian pada pemangkatan berkaitan dengan munculnya contoh spontan

3.2.1.3 Materi Ajar Pola Bilangan

Dalam pembahasan materi pola bilangan, G3 menjelaskan terlebih dahulu tentang barisan aritmetika. Ketika G3 menyebutkan pengertian barisan aritmetika, juga dituliskan tiga contoh (contoh spontan).Dan ketiga contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi karena terkadang G3 menunjuk salah seorang siswa untuk menyebutkan suku-suku berikutnya. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : Barisan aritmetika adalah barisan bilangan dengan aturan menambah atau mengurangi dengan bilangan yang tetap.

G3 : Jadi kalau ditambah lima maka ditambah lima seterusnya, kalau dikurang dua maka dikurang dua seterusnya.

G3 : Contoh (menuliskan (1) 1, 3, 5, 7, …; (2) 5, 9, 13, 17, …; (3) 30, 27, 24, …)

G3 : Sekarang kita jawab nomor 1, apakah barisan aritmetika atau bukan?

S : (sebagian menjawab) barisan aritmetika

G3 : Kalau tambahnya tetap berarti barisan artimetika

G3 : (menuliskan pada papan tulis 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17) apakah sudah sampai suku ke sepuluh?

S : (sebagian siswa menjawab) belum

G3 : (menunjuk siswa menyebutkan suku ke sepuluh) Berapa suku berikutnya?

S2 : 19 pak

G3 : Kata lain dari suku adalah urutan

G3 : Pada barisan aritmetika kalau bukan ditambah pasti dikurangi, dan selalu tetap tidak pernah berubah.

G3 : Lanjut soal nomor 2 (menuliskan 5, 9, 13, 17), yang saya tunjuk orangnya lanjutkan suku berikutnya.

G3 : (menunjuk S4) berapa suku berikutnya?

S4 : (menyebutkan) 21, 25, 29, 33, 37, 41.

G3 : (menuliskan 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41) Apakah sudah sampai pada suku ke sepuluh?

S : (sebagian siswa menjawab) sudah pak

G3 : Sekarang nomor 3, (menunjuk S5) lanjutkan suku berikutnya sampai suku ke sepuluh

S5 : (menyebutkan agak tersendat) 21, 18, 15, 12, 9, 6, 3, 0.

G3 : (menuliskan 30, 27, 24, 21, 18, 15, 12, 9, 6, 3, 0)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G3 menjelaskan tentang definisi barisan aritmetika dan disertai tiga contoh spontan yang berkaitan dengan definisi. Ketika G3 menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi, siswa tidak mengalami hambatan dalam memahami konsep barisan aritmetika. Misalnya G3 menjelaskan contoh pertama (nomor 1) yaitu menentukan 10 suku pertama dari barisan (pola) 1,3,5,7. G3 menjelaskan bahwa setiap suku yang berdekatan selalu berselisih dua, atau setiap suku jika ditambah dengan dua maka hasilnya sama dengan bilangan pada suku berikutnya, misalnya suku pertama ditambah dengan dua hasilnya suku kedua (dituliskan 1 + 2 = 3). Demikian pula 3 + 2 = 5 (suku ketiga); 5 + 2 = 7 (suku keempat). Selanjutnya G3 menyebutkan suku-suku berikutnya dan menunjuk beberapa siswa untuk menyebutkan suku-suku selanjutnya sampai 10 suku terakhir, yaitu 7 + 2 = 9; 9 + 2 = 11; 11 + 2 = 13; 13 + 2 = 15; 15 + 2 = 17; 17 + 2 = 19 lalu menuliskan barisannya: 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19. Demikian pula contoh nomor dua, karena polanya selalu ditambah dengan empat sehingga mudah bagi siswa untuk melanjutkan suku-suku berikutnya, sampai sepuluh suku terakhir.

Namun ketika G3 menjelaskan contoh berikutnya (nomor 3), ada siswa (S5) yang mengalami *trouble jenis sendat*, ketika ditunjuk untuk menyebutkan suku-suku selanjutnya sampai sepuluh suku terakhir karena pada barisan aritmetika tersebut mempunyai pola selalu dikurangi dua. Artinya bahwa suku pertama dikurang dua, suku kedua dikurangi dengan tiga, dan seterusnya. G3 menjelaskan melalui proses klarifikasi bahwa pada contoh nomor 1 dan nomor 2 karena selalu ditambah dengan bilangan yang sama (tetap) sampai pada suku kesepuluh maka barisannya dari bilangan terkecil ke bilangan terbesar. Sedangkan contoh barisan berikutnya (nomor 3), karena selalu dikurang dengan bilangan yang sama yaitu tiga (tetap) maka barisannya dari bilangan yang terbesar ke bilangan yang terkecil. Dan menyebutkan bahwa suku pertama dikurangi dengan

suku kedua (menuliskan 30-27 = 3); suku kedua dikurangi dengan suku ketiga (menuliskan 27-24 = 3) dan seterusnya selalu hasilnya bilangan 3. Artinya jika suku pertama dikurangi dengan bilangan 3 maka hasilnya adalah suku berikutnya, begitu seterusnya. Kemudian menuliskan suku-suku pada barisan aritmetika yang dimaksud, yaitu 30, 27, 24, 21, 18, 15, 12, 9, 6, 3, 0).

Selanjutnya G3 menjelaskan bahwa untuk menentukan beberapa suku atau suku ke-n pada suatu barisan aritmetika, digunakan pola umum atau rumus umum. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : Rumus umum barisan aritmetika adalah (menuliskan Un = a + (n-1) b)

G3 : Jadi Un adalah suku ke n, a adalah suku pertama atau urutan pertama, n adalah urutan atausuku yang dikehendaki, dan b adalah selisih urutan pertama dan urutan kedua atau suku pertama dan suku ke dua dan seterusnya.

G3 : isalnya (menuliskan b = U2– U1 atau b = U3–U2)

G3 : Misalnya U10, maka hasilnya lihat rumus umumnya (menuliskan U10 = a + (10 – 1)b⇔ U10 = a + 9b).

G3 : Misalnya U20 adalah (menuliskan U20 = a + 19b);U100 adalah (menuliskan U100 = a + 99b)

G3 : Perhatikan contoh berikut, (menuliskan 2, 4, 6, 8,..) a = 2, b = 4 – 2 = 2) jadi kalau kita cari suku ke 100 (menuliskan U100 = a + 99 b) maka nilainya adalah (menuliskanU100 = 2 + 99 (2) = 2 + 198 = 200).

S1 : Kenapa bisa a = 2 dan b = 2 pak?

G3 : Coba perhatikan pertanyaan temannya, kenapa a = 2 dan b = 2?

G3 : Perhatikan, a itu selalu suku pertama, contoh di atas suku pertamnya adalah 2, dan b itu selalu suku belakang kurang suku depannya yang berdekatan, jadi pada contoh di atas 4 – 2 atau 6 – 4 atau 8 – 6 .

G3 : Jadi perhatikan dua suku berdekatan, selalu suku sesudahnya dikurangi suku sebelumnya.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G3 menjelaskan bahwa untuk menentukan beberapa suku atau sampai suku ke-n digunakan pola umum atau rumus umum. Dijelaskan pula bahwa bentuk umum suku ke-n, yaitu Un = a + (n-1)b, Un adalah suku ke n, a adalah suku pertama, n adalah urutan atau suku yang dikehendaki, dan b adalah selisih urutan pertama dan urutan kedua atau suku pertama dan suku ke dua dan seterusnya, dengan menuliskan secara simbolik

b = U2 – U1 atau b = U3 –U2.

Agar siswa dapat memahami konsep atau prosedur menentukan suku ke-n suatu barisan aritmetika, G3 menjelaskan sebuah contoh spontan, yaitu tentukan suku ke 100 dari barisan aritmetika 2,4,6,8, …. Contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi. G3 menjelaskan bahwa untuk menentukan suku yang ke 100 dari barisan aritmetika 2,4,6,8, …, terlebih dahulu tentukan suku pertama dan b (beda) pada barisan tersebut, dan perhatikan rumus suku ke-n. Dengan demikian dapat dituliskan bahwa U100 = a + (100-1)b. Kemudian dijelaskan bahwa suku pertama dari barisan tersebut sebagai a dan menuliskan a = 2, dan beda pada barisan tersebut suku kedua dikurang suku pertama, menulsikan 4 – 2 = 2, dan Selanjutnya, mengilustrasikan U100 = 2 + (100-1)2 ⇔ U100 = 2 + (99)2 = 198 + 2 = 200. Namun setelah G3 selesai menjelaskan contoh tersebut, ada siswa (S1) bertanya "kenapa bisa a = 2 dan b = 2?". dalam pikiran siswa (S1) tersebut tidak bisa memahami konsep suku pertama dan beda dalam suatu barisan aritmetika. Ini menunjukkan bahwa S1 mengalami *trouble jenis sambung*, yaitu ada konsep yang terputus dalam pikiran S1.

Akibatnya G3 mengklarifikasi kembali bahwa a itu selalu suku pertama atau urutan pertama pada barisan itu, contoh di atas suku pertamnya atau urutan pertamnya adalah 2, dan b itu selalu suku belakang kurang suku depannya yang berdekatan atausuku kedua dikurang suku pertama atau suku ketiga dikurang suku kedua atau suku keempat dikurang suku ketiga, dan seterusnya, Jadi beda pada contoh di atas adalah menyebutkan4 – 2 = 2 atau 6 – 4 = 2 atau 8 – 6 = 2 .

Selanjutnya G3 menjelaskan tentang barisan geometri. Namun sebelum G3 menjelaskan tentang barisan geometri, terlebih dahulu memberikan dua contoh barisan aritmetika dan dua contoh barisan geometri, lalu membandingkan pola pada masing-masing barisan tersebut. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : (menuliskan (1) 1,5,9,13,17,21,25,29,33;

(2) 40,37,34,31,28,25,22,19,16,13;

(3) 2,4,8,16,32,64,128,256,512;

(4) 81,27,9,3,1,$^1/_3$, $^1/_9$,$^1/_{27}$,$^1/_{81}$)

G3 : Coba perhatikan contoh nomor 1, ditambah atau dikuran?

S : (sebagian menjawab) ditambah

G3 : Contoh nomor 2, ditambah atau dikurang?

S : (sebagian menjawab) dikurang

G3 : Perhatikan nomor 3, di ?

S : (sebagian menjawab) dikali pak

G3 : Kalau nomor 4, apakah juga dikali?

S : (beberapa yang menjawab) dibagi pak

G3 : Perhatikan, kalau polanya ditambah atau dikurang, maka dia barisan aritmetika. Sedangkan kalau polanya dikali atau dibagi maka dia barisan geometri.

G3 : Rumus umum barisan geometri adalah Un = a.rn-1

G3 : Perhatikan contoh nomor 3 (menunjuk barisan geometri

2, 4, 8, 16, 32, 64,128, 256, 512. (menuliskan a = 2; r = $^4/_2$ = 2. maka U10 = a.r10-1 = a. r9 = 2. 29 = 2. 512 = 1024.

G3 : Contoh berikutnya (membaca soal) suatu barisan geometri U3 = 8 dan U6 = 64. Tentukanlah U10

G3 : Perhatikan, (menuliskan $\frac{U_6}{U_3} = \frac{64}{8} \Leftrightarrow \frac{ar^5}{ar^2} = \frac{64}{8}$ ⇔ r3 = 8 ⇔ r = $\sqrt[3]{8}$ ⇔ r = 2)

G3 : Apakah kita sudah sampai pada U10 ?

S : Belum

G3 : Kita harus cari dulu suku pertamanya atau a (menuliskan

ar2 = U3 ⇔ a (2)2 = 8 ⇔ a.4 = 8 ⇔ a = $\frac{8}{4}$ = 2

G3 : Jadi U10 = a. r9 = 2. 29 = 2 x 512 = 1024.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, ketika G3 menjelaskan tentang barisan geometri terlebih dahulu memberikan empat contoh yang masing-masing polanya berbeda. Pada contoh nomor satu menggunakan pola tambah 4, contoh nomor dua menggunakan pola kurang tiga, contoh nomor tiga menggunakan pola dikali 2, dan nomor empat menggunakan pola dibagi 3. Selanjutnya dijelaskan bahwa pada contoh di atas masing-masing menggunakan pola penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Kemudian G3 menjelaskan pula bahwa jika barisan tersebut menggunakan pola penjumlahan atau pengurangan maka barisan itu merupakan barisan aritmetika. Sedangkan bila barisan itu menggunakan pola perkalian atau pembagian maka barisan itu merupakan barisan geometri.

Kemudian G3 mengingatkan kembali bahwa bentuk umum barisan geometri *Un = a.rn*-1.

Selanjutnya G3 menjelaskan contoh spontan yang berbeda yang merupakan barisan geometri, contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi. G3 menjelaskan bahwa rasio dari barisan geometri tersebut adalah perbandingan suku ke dua dengan suku pertama atau perbandingan suku ketiga dengan suku ke dua dan seterusnya. Selanjutnya melakukan proses klarifikasi suku pertama (a) dan rasio (r) dari barisan geometri 2, 4, 8, 16, 32, 64,128, 256, 512 yang diperoleh yaitu a = 2 dan r = $\frac{4}{2}$ = 2 ke suku kesepuluh (U10). Sehingga melalui proses ilustrasi diperoleh U10 = ar9 = 2 x 29 = 2 x 512 = 1024.

Selanjutnya G3 memberikan contoh yang berbeda yang merupakan contoh non spontan karena contoh tersebut sudah disiapkan (ditulis) dalam rencana pembelajaran. Contoh tersebut dibacakan oleh G3. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G3 : (membaca soal) suatu barisan geometri U tiga sama dengan delapan dan U enam sama dengan enam puluh empat. Tentukan U kesepuluh

G3 : (menuliskan U3 = 8 dan U6 = 64. U10 = ….?)

G3 : (menyelesaikan $^{U_6}/_{U_3} = {}^{64}/_8 \Leftrightarrow {}^{ar^5}/_{ar^2} = {}^{64}/_8$ ⇔ r3 = 8 ⇔ r = $\sqrt[3]{8}$ ⇔ r = 2)

G3 : Coba kamu (menunjuk S5) untuk mendapatkan u sembilan, bagaimana?

S5 : ar pangkat delapan (maksudnya ar8)

G3 : Selanjutnya (menuliskan ar2 = U3)

G3 : Maka (menuliskan a x 22 = 8 ⇔ a x 4 = 8 ⇔ a = 8 : 4 = 2)

G3 : Sekarang kita selesaikan (menyelesaikan U10 = ar9⇔ U10 = 2 x 29 = 2 x 512 = 1024

S6 : Kenapa bisa dapat 2 pak ? (menunjuk r = 2)

G3 : Pertanyaan tadi, kita kembali ke bentuk akar pangkat

G3 : Coba perhatikan (menuliskan r3 = 8) kalau ini kita balik (menunjuk r3) maka kebalikannya itu disebalah kanan menjadi akar (menuliskan r = $\sqrt[3]{8}$ = $\sqrt[3]{2x2x2}$ = 2

G3 : Contoh yang lain (menuliskan$\sqrt[3]{16}$ = $\sqrt[3]{2x2x2}$ = 2$\sqrt[3]{2}$)

G3 : Contoh berikutnya (menuliskan $\sqrt[3]{27}$ = $\sqrt[3]{3x3x3}$ = 3)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G3 memberikan contoh yang berbeda dengan contoh sebelumnya. Contoh tersebut tanpa diketahui suku pertama dari barisan geometri yang dimaksud. G3 menjelaskan melalui proses ilustrasi tentang rasio dan suku pertama dari suku ketiga dan suku keenam yang diketahui. G3 mencoba menanamkan kembali konsep suku-suku barisan geometri melalui bentuk umum (rumus) barisan geometri. Misalnya suku ketiga (U3) dan suku keenam (U6) dapat diselesaikan bila dipahami penerapan bentuk umum barisan geometri (Un = arn-1). G3 mengilustrasikan bahwa U3 = ar3-1 = ar2, dan U6 = ar6-1 = ar5. Sehingga U3 = 8 ⇔ ar2 = 8 dan U6 = 64 ⇔ ar5 = 64, maka $\frac{U_6}{U_3} = \frac{64}{8} \Leftrightarrow \frac{ar^5}{ar^2} = \frac{64}{8} \Leftrightarrow$ r3 = 8 ⇔ r = $\sqrt[3]{8}$ = 2. Selanjutnya G3 menjelaskan melalui proses klarifikasi bahwa penentuan suku pertama (a) pada barisan geometri dapat ditentukan melalui suku yang diketahui, misalnya U3 atau U6. Dengan demikian, U3 = 8 ⇔ ar2 = 8 ⇔ a (2)2 = 8 ⇔ a. 4 = 8 ⇔ a = 8 : 4 ⇔ a = 2. Sehingga U10 = ar9 ⇔ U10 = ar9 ⇔ U10 = 2x29 = 2x512 = 1024. Namun ketika G3 selesai melakukan proses penyelesaian di atas, salah seorang siswa (S6) bertanya "mengapa r = $\sqrt[3]{8}$ = 2?". Selanjutnya G3 merespon pertanyaan S6 dengan melakukan proses klarifikasi. G3 menjelaskan bahwa kasus tersebut kembali mengingat konsep akar pangkat khususnya akar pangkat 3

yang telah dijelaskan pada pertemuan sebelumnya. Selanjutnya G3 memberikan contoh spontan yang berbeda tentang akar pangkat 3, yaitu $\sqrt[3]{16}$ dan $\sqrt[3]{27}$. Dan mengilustrasikan bahwa $\sqrt[3]{16}$ = $\sqrt[3]{2x2x2}$ = 2$\sqrt[3]{2}$ dan $\sqrt[3]{27}$ = $\sqrt[3]{3x3x3}$ = 3. Karena contoh spontan yang dikemukakan di atas dijelaskan melalui proses ilustrasi dan melalui proses klarifikasi atau melalui proses konfirmasi maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan konfirmatif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pola bilangan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif dapat digambarkan pada Diagram 4.12 berikut.

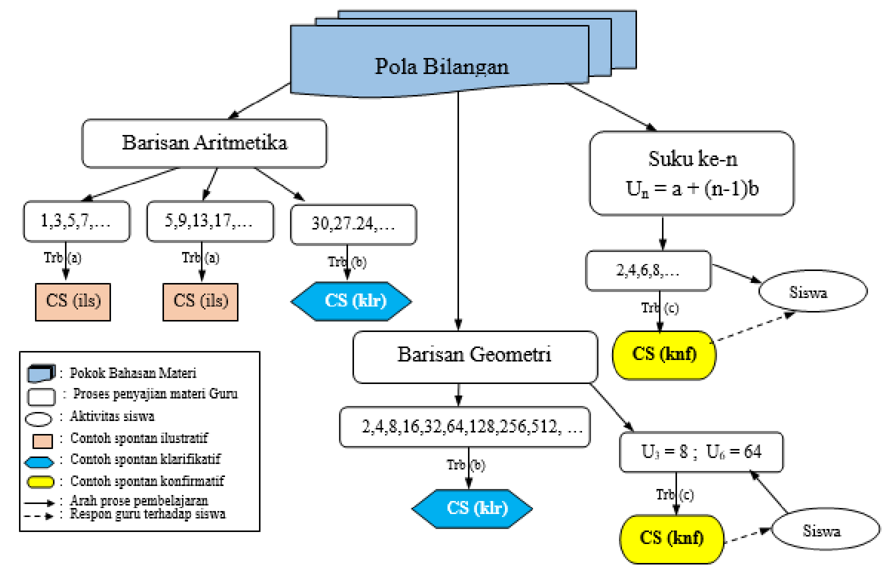


Diagram 3.12. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pola bilangan berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif

3.2.2 Paparan dan Analisis Data Subjek 4.

Dalam penulisan buku ini, penulis mengambil data berbasis rekaman audio visual (handycam) di kelas IX.5 atau kelas tempat Subjek 4 (G4) membelajarkan materi matermatika selama 5 (lima) pertemuan. Namun karena tidak setiap pertemuan memunculkan contoh spontan, maka perhatian penulis hanya terpokus ketika G4 membelajarkan materi dan memunculkan contoh spontan. Selama proses pengambilan data di kelas, penulis hanya fokus pada 3 (tiga) pertemuan, yaitu ketika G4 membelajarkan materi *(1) Merasionalkan Pecahan Bentuk Akar, (2) Fungsi Linier, dan (3) Pola Bilangan*. Penulis hanya fokus pada ketiga materi yang disebutkan di atas, karena dalam pembahasan ketiga materi tersebut yang paling sering muncul contoh spontan.

3.2.2.1 Materi Ajar Merasionalkan Pecahan Bentuk Akar

Penjelasan materi merasionalkan pecahan bentuk akar merupakan kelanjutan dari pembahasan materi tersebut pada pertemuan sebelumnya. Namun karena masih ada siswa yang mengalami *trouble jenis sambung* terhadap konseptual dalam memahami konsep merasionalkan pecahan bentuk akar, sehingga G4 memberikan contoh spontan yang berbeda, yaitu merasionalkan bentuk pecahan $\frac{2}{\sqrt{5}}$. Contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi. Ketika contoh tersebut dijelaskan, siswa tidak mengalami hambatan karena contoh yang diberikan sangat sederhana dan sejenis contoh tersebut sudah dijelaskan pada pertemuan sebelumnya, artinya G4 hanya mengulangi kembali dengan tujuan agar siswa dapat memahami konsep merasionalkan pecahan bentuk akar suku satu. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G4 :pertemuan hari ini, kita lanjutkan materi minggu lalu.

G4 :ternyata kalian masih banyak yang tidak tahu merasionalkan pecahan bentuk akar ya?

G4 : (menuliskan contoh $\frac{2}{\sqrt{5}}$) bagaimana ini dirasionalkan? (sambil menunjuk $\frac{2}{\sqrt{5}}$)

G4 : Dikali dengan penyebutnya ya?(sambil menuliskan $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$)

G4 : Jadi $\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$sama dengan berapa?

S : $\frac{2\sqrt{5}}{...}$

G4 : akar 5 kali akar 5 (sambil menuliskan $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$)?

S : $\sqrt{25}$

G4 : akar 25 sama dengan berapa?

S : 5

G4 : Maka (sambil menuliskan $\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$)

G4 : Nah, bisa ditulis dalam bentuk $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

G4 : ini sudah benar ya? (sambil menunjuk dan melingkarai $\frac{2\sqrt{5}}{5}$)

S : Iya pak

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, siswa tidak mengalami hambatan dalam memahami contoh yang dijelaskan oleh G4. Ini menunjukkan bahwa siswa tidak mengalami hambatan memahami konsep merasionalkan bentuk pecahan satu suku. Namun ketika G4 memunculkan contoh spontan yang bentuk suku dua, sebagian siswa mulai mengalami *trouble jenis sambung.* Misalnya, ketika G4 memberikan contoh yang berbeda dengan contoh sebelumnya yaitu $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$, sebagian siswa mengalami *trouble jenis sambung* terhadap prosedural. dalam konsep operasi penjumlahan bilangan rasional positif dan bilangan rasional negatif. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G4 : Kemarin yang saya lihat, belum banyak yang tahu model misalnya

(menuliskan $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$ = ...), bagaimana ini dirasionalkan?

G4 : Jadi bentuk rasionalnya (sambil menuliskan : $\frac{3}{5+\sqrt{2}} \times \frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$=...)

G4 : Boleh kita selesaikan model kurung begini (menuliskan $3(5-\sqrt{2})$) boleh

kita kali langsung : $\frac{3}{5+\sqrt{2}} \times \frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}} =$

G4 : Maka (menuliskan$\frac{3}{5+\sqrt{2}} \times \frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}} = \frac{3(5-\sqrt{2})}{(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2})}$)

G4 : Sama dengan (menulis $\frac{15-3\sqrt{2})}{25-(5\sqrt{2})+(5\sqrt{2})-2}$)

G4 : (menuliskan -5$\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$) sama dengan 0

G4 : Kemudian 25−2, (menuliskan $\frac{15-3\sqrt{2})}{25-2}$) berapa?

S : (sebagian menjawab) 23

G4 : Maka (sambil menuliskan$\frac{15-3\sqrt{2})}{23}$)

G4 : Kemudian (menunjuk$15 - 3\sqrt{2}$) kita sederhankan, faktorkan.

G4 : menjadi (sambil menuliskan $\frac{3(5-\sqrt{2})}{23}$)

G4 : Atau bisa juga kita tulis (menuliskan $\frac{3}{23}(5-\sqrt{2})$)

S3 : Itu yang di dalam kurung pak (menunjuk $3(5-\sqrt{2})$) dari mana diperoleh?

G4 : Difaktorkan

S3 : bagaimana caranya ?

G4 : Faktorkan, kita cari faktor dari 15 dan 3 (menunjuk $15 - 3\sqrt{2})$)

G4 : 3 x 5 = 15, 3 x 1=3 (menjelaskan soal di papan tulis)

S3 : Iya pak mengerti

G4 : Misalnya saya kasih model begini(menuliskan 8+4) hasilnya 12 ya?

G4 : Kalau saya keluarkan ini (menunjuk 8 + 4) lalu difaktorkan maka (menuliskan 4(2 +1)), kalau diselesaikan yang dalam kurung (menunjuk 2+1) lalu kali 4 hasilnya 12 ya? atau sama (menunjuk (8+4)=12)

S3 : Pak, kenapa bisa (menunjuk -5$\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$) sama dengan 0 ?

G4 : Ini sama saja (menuliskan -10 + 10) sama dengan 0 ya?, hutang 10 dibayar

10 sama dengan impas atau nol

G4 : Keuali (menuliskan -10 −10) negatif 10 dikurang 10 sama dengan -20,

G4 : Kalau hutang 1000 (menuliskan -1000) dibayar (menuliskan 750) maka masih berhutang (menuliskan -250), jadi -1000 + 750 = -250

G4 : Hutang 1000 lalu utang lagi 750 (menuliskan -1000 – 750) maka hutangnya menjadi?

S : (sebagian menjawab) -1750

G4 : (menuliskan -1000 – 750 = -1750)

G4 : Kalau hutang 750 lalu dibayar 1000 (menuliskan -750 + 1000) maka sisa uangnya?

S : (sebagian menjawab) 250

G4 : (menuliskan -750 + 1000 = 250)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas. karena sebagian siswa mengalami *trouble jenis sambung* terhadap prosedural dalam merasionalkan bentuk pecahan suku dua, maka G4 memberikan contoh (contoh spontan), yaitu merasionalkan bentuk pecahan $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$. Selanjutnya, contoh tersebut diselesaikan melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi. G4 menjelaskan bahwa untuk menyelesaikan $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$ maka yang perlu diperhatikan adalah tanda operasi pada penyebut dari pecahan bentuk akar tersebut. Misalnya pada contoh di atas, karena operasinya tambah pada penyebut dari pecahan bentuk akar tersebut maka harus dikalikan dengan $\frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$ sehingga $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$ x $\frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$.. Selanjutnya G4 menyelesaikan melalui proses ilustrasi sebagai berikut : $\frac{3}{5+\sqrt{2}} \times \frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}} = \frac{3(5-\sqrt{2)}}{(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2})}) = \frac{15-3\sqrt{2)}}{25-(5\sqrt{2})+(5\sqrt{2})-2} = \frac{15-3\sqrt{2)}}{25-2} = \frac{15-3\sqrt{2)}}{23} = \frac{3(5-\sqrt{2)}}{23} = \frac{3}{23}(5-\sqrt{2}\,)$.

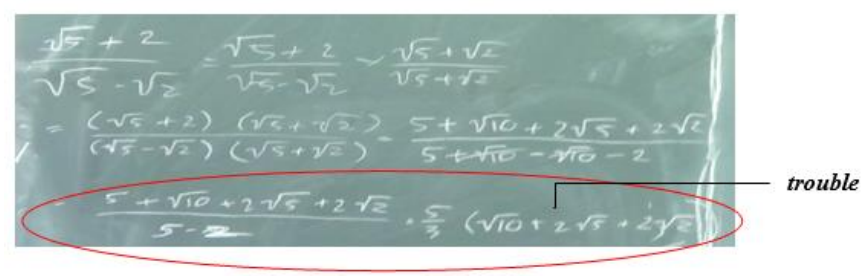
Namun dari penjelasan G4 tersebut, masih ada siswa (S3) yang mengalami *trouble jenis sendat* terhadap prosedural dalam hal pemfaktoran suku bilangan, S3 tidak dapat memahami proses $\frac{15-3\sqrt{2)}}{23}$ menjadi $\frac{3(5-\sqrt{2)}}{23}$. Akibat trouble yang dialami S3 tersebut, G4 menjelaskan melalui proses ilustrasi $15-3\sqrt{2)}$ difaktorkan sehingga menjadi $3(5-\sqrt{2}\,)$. Walaupun sebenarnya proses tersebut sudah dilakukan pada langkah awal, kemudian diuraikan lagi setelah itu difaktorkan kembali. Demikian pula pada penjelasan G4 di atas, siswa (S3) mengalami hambatan (trouble) dalam hal operasi penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif. S3

tidak dapat memahami, kenapa -$5\sqrt{2}+5\sqrt{2}$ sama dengan nol. Dalam pikiran siswa bahwa $\sqrt{2}$ pada suku pertama dan $\sqrt{2}$ pada suku kedua seharusnya bila dijumlahkan tidak sama dengan nol. Akibat hambatan yang dialamai S3 tersebut, G4 menjelaskan melalui proses klarifikasi bahwa -$5\sqrt{2}$ itu satu suku atau suatu bilangan demikian juga $5\sqrt{2}$ suatu suku atau suatu bilangan sehingga bila dijumlahkan maka hasilnya nol berdasar sifat-sifat operasi penjumlahan. Selanjutnya G4 memberi contoh lain yang dianggap setara, yaitu -10 + 10 = 0 dan mengemukakan bahwa kalau hutang 10 dibayar 10 maka hasilnya impas atau sama dengan nol.

Untuk menanamkan konsep operasi bilangan bulat, G4 memberikan 3 (tiga) contoh yang berbeda (non contoh) dengan mengilustrasikan, yaitu: (1) kalau hutang 1000 lalu dibayar 750,maka-1000 + 750 = -250; (2) hutang 1000 laluhutang lagi 750 maka -1000 – 750 = -1750; (3) hutang 750 lalu dibayar 1000maka -750 + 1000 = 250.

Contoh spontan di atas dijelaskan melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi atau melalui proses konfirmasi maka coontoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan konfirmatif***.

Selanjutnya G4 memunculkan contoh spontan yang berbeda $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$, G4 menunjuk siswa (S1) untuk menyelesaikan contoh tersebut pada papan tulis. S1 menyelesaikan seperti berikut.



Gambar 9. Proses penyelesaian contoh spontan oleh S1

Penyelesaian yang dilakukan oleh S1 di atas ada kesalahan prosedur, yaitu $\frac{5+\sqrt{10}+2\sqrt{5}+2\sqrt{2}}{5-2}$ menjadi $\frac{5}{3}(\sqrt{10}+\ 2\sqrt{5}+2\sqrt{2}\ )$. Nampaknya S1 tidak memahami bahwa 5 bukanlah bagian dari $(\sqrt{10}+\ 2\sqrt{5}\ +\ 2\sqrt{2}\ )$, menunjukkan bahwa S1 mengalami suatu kesalahan atau kesulitan dalam femaktoran. Namun G4 tidak melakukan suatu klarifikasi terhadap kesalahan yang dilakukan S1 pada penyelesaian contoh di atas. Sehingga anggapan siswa bahwa penyelesaian yang dibuat oleh S1 adalah benar, karena tidak ada tanggapan maupun respon dari guru dan siswa.

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi merasionalkan pecahan bentuk akarberkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif dapat digambarkan pada Diagram 4.13 berikut.

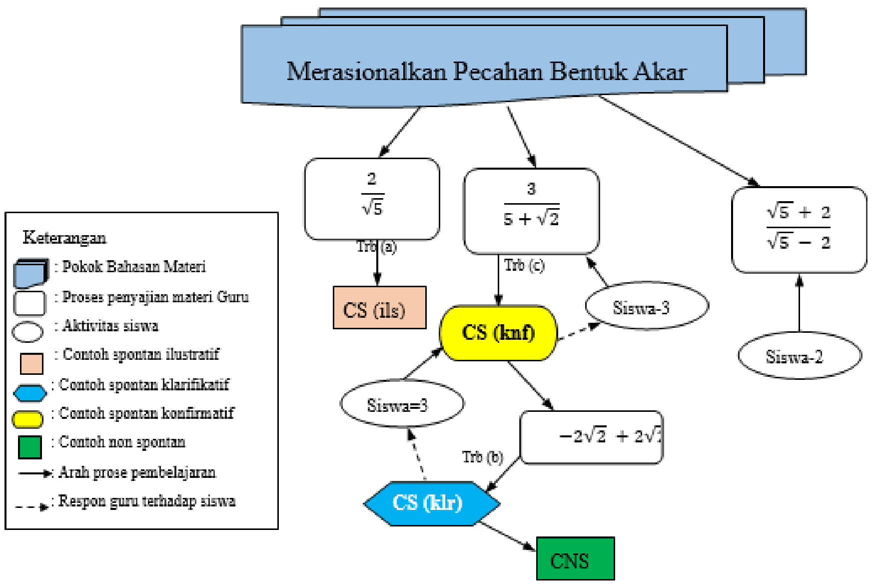


Diagram 3.13. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi merasionalkan pecahan bentuk akar berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif, klarifikatif dan konfirmatif

3.2.2.2 Materi Ajar Fungsi Linier

Ketika G4 menjelaskan tentang fungsi linier, G4 hanya menunjukkan bentuk umum fungsi linier, yaitu $f(x)=ax+b$ tanpa menuliskan syarat yang berlaku pada fungsi linier tersebut. Dijelaskan G4 bahwa materi fungsi linier sudah dibahasa pada bab sebelumnya, namun materi ini dibahas kembali untuk memudahkan mempelajari fungsi kuadrat pada bab berikutnya. Demikian pula masih banyak siswa yang belum memahami tentang fungsi linier dalam hal ini siswa tersebut mengalami *trouble jenis sambung* terhadap konseptual. Selanjutnya G4 memberikan contoh spontan, kemudian contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi . Contoh yang dimaksudkan, yaitu suatu fungsi ditentukan dengan rumus $f(x)=\ 3x+2$ dengan daerah asal $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$ tentukan : (a) Daerah hasil; (b) Tunjukan dalam diagram panah; (c) Tunjukan dalam pasangan berurutan; dan (d) Tunjukan grafik. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G4 : (menuliskan rumus fungsi linier $f(x)=ax+b$))

G4 : Bab 2 dulu sudah dijelaskan tentang fungsi linier, tapi ini diulang untuk kita bahas nanti di fungsi kuadrat.

G4 : Jadi fungsi linier, sama dengan pangkatnya satu (menuliskan $3x^1$). Nanti yang kita bahaspada berikutnya, pangkatnya disini (menunjuk $(3x^1)$ bukan lagi 1 tapi dua (menuliskan 3x2), dangambarnya selalu berbentuk parabola.

G4 : Perhatikan contoh berikut (menuliskan Contoh: Suatu fungsi ditentukan dengan rumus $f(x)=\ 3x+2$ dengan daerah asal $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$ tentukan : (a) Daerah hasil; (b) Tunjukan dalam diagram panah; (c) Tunjukan dalam pasangan berurutan; dan (d) Tunjukan grafik

G4 : Kalau ini (menunjuk $f(x)=\ 3x+2$) berpangkat satu (menuliskan 3x1), gambarnya selalu berbentuk garis lurus.

G4 : Nah sekarang, rumus yang ditulis di papan (menunjuk $f(x) = ax + b$),jadi a ini nanti diganti dengan angka koefisien, b konstanta, boleh jadi disini (menunjuk b konstanta) adalah bilangan $0, -1, -2, -3$ dan sebagainya.

G4 : Sekarang, coba lihat suatu fungsi ditentukan dengan rumus $f(x) = 3x + 2$. Kalau daerah asalnya ini -3 sampai 3. Pertanyaan pertama tentukan daerah hasilnya.

G4 : Nah, jadi daerah asalkan disini A, daerah hasilnya disini B. (menggambarkan diagram panah)

G4 : Atau boleh ini (menunjuk A) ditulis(menuliskan x) dan ini (menunjuk B) ditulis menuliskan $f(x)$), boleh juga $f(x)$ sama dengan y (menggambarkan)

G4 : Jadi nanti kalau kita gambar fungsi x ini (menunjuk $f(x)$) sama dengan(y).Jadi ini (menunjuk x) daerah asal, dan ini (menunjuk $f(x) = y$) daerah hasil.

G4 : Saya ulangi fungsi x (menunujuk $f(x)$) sama dengan (y) adalah daerah hasil, kalau di diagram cartesiusnya digambar.

G4 : Nah, $f(x)$ sama dengan berapa?

S : (beberapa siswa menjawab) $3x + 2$,

G4 : Iya, $3x + 2$, kalau daerah asalnya kita ganti atau (x) nya kita ganti dengan -3 maka ini (menuliskan $f(-3) = 3(-3) + 2$).

G4 : Nah, berapa itu?

S : $3(-3) = -9 + 2$

G4 : $-9 + 2$, berapa?

S : -7.

G4 : Jadi kalau daerah asalnya atau x nya adalah-3, nanti y nya adalah -7.

G4 : Kemudian x nya kita ganti -2, maka (menuliskan f (-2) = 3(-2) +2). Berapa ?

S : (sebagian menjawab) -4 pak

S : (ada yang menjawab) 4 pak

G4 : Selanjutnya, x nya diganti dengan -1 (menuliskan f(-1) = 3(-1) + 2. Berapa

S : (sebagian menjawab) -1

G4 : Kemudian diganti 0 berarti (menuliskan f(0) = 3(0) + 2) sama dengan (menuliskan 0 + 2 = 2)

G4 : Selanjutnya, (menuliskan $f(1) = 3(1) + 2 = ?$

S : (sebagian menjawab) 5.

G4 : Kalau (menuliskan $f(2) = 3(2) + 2 =?$

S : (sebagian menjawab) 8.

G4 : Terakhir, x nya ganti dengan 3, maka $f(3) = 3(3) + 2 =?$

S : (sebagian menjawab) 11.

G4 : Jadi sudah dapat hasilnya semua, (menuliskan -7,-4,-1, 2, 5, 8, 11).

G4 : Jadi jawaban (a) daerah hasil ialah -7,-4,-1, 2, 5, 8, 11)

G4 : Lanjut (b). Disuruh coba tunjukan dalam diagram panah. (melukiskan diagram panah)

G4 : Kemudian, (c) dengan himpunan pasangan berurutan.

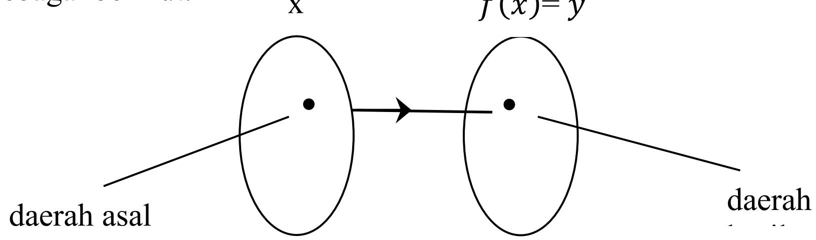
G4 : Kita mulai tulis pasangannya masing-masing (menuliskan {(-3,-7), (-2,-4), (-1,-1),(0,2), (1,5),(2,8), (3,11)}.

G4 : Sekarang terakhir kita perlihatkan pake grafik, grafik disini tidak lain grafik cartesius (melukiskan grafiknya)

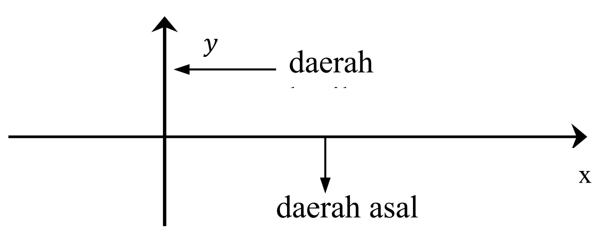
Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G4 menjelaskan bahwa pada fungsi linier, variabelnya selalu berpangkat satu. Sehingga bila digambar grafiknya, bentuknya garis lurus. Sedangkan fungsi kuadrat yang akan dibahas pada bab berikutnya, variabelnya berpangkat dua sehingga bila digambarkan grafiknya bentuknya parabola. Selanjutnya, dijelaskan pula bahwa pada rumus $(x) = ax + b$), koefisien$a$ pada variabel fungsi tersebut dapat diganti dengan suatu bilangan bulat selain nol. Sedangkan pada konstanta (b), boleh jadi balangan 0, 1, -1, 2, -2, dan seterusnya.

Contoh spontan yang dikemukakan oleh G4 yaitu suatu fungsi ditentukan dengan rumus $f(x) = 3x + 2$ dengan daerah asal $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, tentukan : (a) daerah hasil; (b) tunjukan dalam diagram panah; (c) tunjukan dalam pasangan berurutan; dan (d) tunjukan grafik. Selanjutnya contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi dan klarifikasi. G4 menjelaskan untuk menentukan daerah hasil bila daerah asalnya$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ telah diilustrasikan dengan diagram panah. Bila daerah asalnya adalah x pada diagram panah maka daerah hasilnya adalah $f(x)$ atau y. Selanjutnya G4 mengilustrasikan

sebagai berikut.



sehingga bila digambar pada kordinat kartesius sebagai berikut.



Selanjutnya penyelesaian contoh spontan untuk menentukan daerah hasil dijelaskan melalui proses ilustrasi sebagai berikut.

$$f(x) = 3x + 2$$

$\Leftrightarrow f(x)$ = 3 (-3) + 2 = -9 + 2 = -7

$\Leftrightarrow f(x)$ = 3 (-2) + 2 = -6 + 2 = -4

$\Leftrightarrow f(x)$ = 3 (-1) + 2 = -3 + 2 = -1

$\Leftrightarrow f(x)$ = 3 (0) + 2 = 0 + 2 = 2

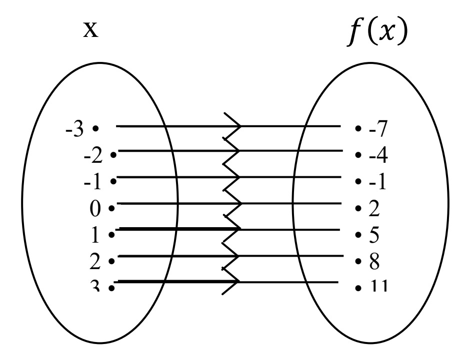
$\Leftrightarrow f(x)$ = 3 (1) + 2 = 3 + 2 = 5

$\Leftrightarrow f(x)$ = 3 (2) + 2 = 6 + 2 = 8

$\Leftrightarrow f(x)$ = 3 (3) + 2 = 9 + 2 = 11

Jadi daerah hasil adalah {-7, -4, -1,2, 5, 8, 11}

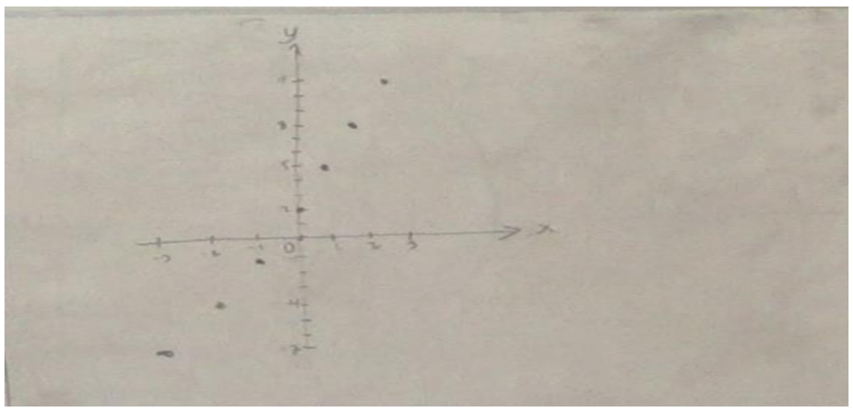
Pada penyelesaian dengan diagram panah, G4 menjelaskan melalui proses ilustrasi dengan menggambarkan diagram panah sebagai berikut.



Sedangkan penyelesaian tentang himpunan pasangan berurut dari contoh spontan tersebut, dijelaskan melalui proses ilustrasi yaitu dengan menentukan pasangan berurut dari anggota pada daerah asal

(x) dengan anggota pada daerah hasil $(f(x))$. Dengan menuliskan pasangan berurut {(-3,-7), (-2,-4), (-1,-1), (0,2), (1,5), (2,8), (3,11)}.

Penyelesaian tentang grafik dari contoh spontan tersebut, dijelaskan melalui proses ilustrasi dengan menggambarkan grafik pada kordinat kartesius. Dijelaskan bahwa untuk menentukan titik kordinatnya masing-masing, diambil dari pasangan berurutan kemudian dipasangkan pada kordinat kartesius. Masing-masing pasangan berurutan tersebut membentuk sebuah titik pada kordinat kartesius. Dan jika titik-titik itu dihubungkan maka akan membentuk sebuah garis lurus. Kemudian himpunan dari pasangan berurutan tersebut digambarkan pada kordinat kartesius berikut.



Gambar 10. Himpunan pasangan berurutan

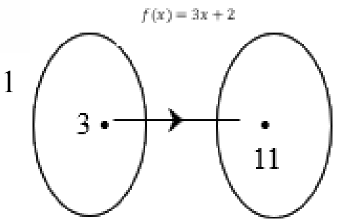
Selanjutnya G4 memberikan contoh spontan berikutnya, yaitu suatu fungsi ditentukan dengan rumus $f(x) = 3x + 2$. Tentukan : (a) bayangan 3; (b) $f(3)$. Penyelesaian contoh tersebut diselesaikan oleh oleh G4 melalui proses klarifikasi. G4 menjelaskan bahwa untuk menentukan bayangan dari 3 pada fungsi $f(x) = 3x + 2$, caranya sama dengan menentukan daerah hasil yaitu mensubtitusi bilangan 3 ke fungsi $f(x) = 3x + 2$ maka diperoleh bayangan 3,yaitu 3(3) + 2= 11 Demikian pula menentukan $f(3)$pada fungsi

$f(x) = 3x + 2$, caranya sama dengan menentukan bayangan dari 3 pada fungsi tersebut. G4 menyelesaikan sebagai berikut.

$f(x) = 3x + 2$

a. Bayangan 3 = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11

b. $f(x) = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$.



Agar siswa dapat memahami konsep fungsi, G4 membuat contoh berikutnya, kebalikan dari contoh sebelumnya. Contoh tersebut diketahui bayangan atau daerah hasil kemudian menentukan daerah asalnya. Contoh yang dimaksud adalah suatu fungsi dengan rumus $(x) = 3x + 2$, jika $f(x) =$ 11 maka tentukan nilai x. Proses penyelesaian contoh tersebut melalui proses klarifikasi dengan menjelaskan bahwa jika $f(x) = y$ = 11 maka dicari nilai x dengan menggunakan persamaan $f(x) = 3x + 2$. Karena $f(x) = 3x + 2$ dan $f(x) = y$ = 11 maka $3x + 2$ =11. Proses penyelesaiannya diselesaikan sebagai berikut.

$$f(x) = 3x + 2$$

$$11 = 3x + 2 \Leftrightarrow 3x + 2 = 11$$

$$\Leftrightarrow 3x = 11 - 2$$

$$\Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Dijelaskan bahwa walaupun soalnya dibolak balik, bila sudah dipahami konsepnya maka tidak ada ahambatan dalam menyelesaikan soal tersebut. Namun kenyataannya bahwa sebagian siswa belum memahami dengan baik prosedur penyelesaiaanya. Ketika G4 memberikan soal latihan, sebagian siswa tidak memahami langkah-langkah proses penyelesaiannya. Dalam menyelesaikan soal latihan, sebagian siswa selalu membuka catatan untuk melihat langkah-langkah proses penyelesaiannya. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut masih mengalami *trouble jenis sendat* terhadap prosedural. Contoh-contoh spontan yang dijelaskan di atas melalui proses ilustrasi, proses klarifikasi, dan proses ilustrasi sekaligus klarifikasi. Sehingga contoh spontan tersebut merupakan contoh spontan ilustratif, contoh spontan klarifikatif, dan contoh spontan konfirmatif.

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi fungsi linear berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif dan klarifikatif dapat digambarkan pada Diagram 3.14 berikut.

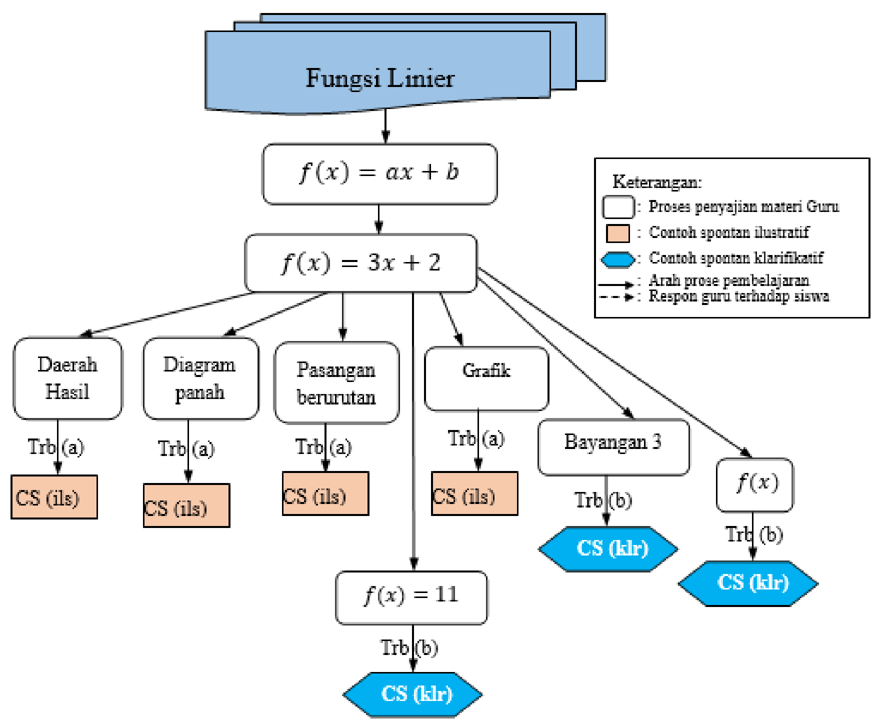


Diagram 3.14. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi fungsi linier berkaitan dengan munculnya contoh spontan ilustratif dan klarifikatif

3.2.2.3 Materi Ajar Pola Bilangan

Pembahasan materi barisan aritmetika dan deret aritmetika merupakan kelanjutan dari pembahasan materi pola bilangan pada pertemuan sebelumnya. Ketika G4 menjelaskan tentang barisan aritmetika, G4 memberikan contoh spontan menentukan rumus suku ke-n. Pembahasan contoh menentukan rumus suku ke-n atau menentukan pola umumnya, sebagian siswa masih mengalami *trouble jenis sambung* terhadap faktual dan prosedural. Hal ini disebabkan karena terlalu sedikit contoh yang diberikan oleh guru tentang menentukan pola umum pada barisan aritmetika.

Sehingga siswa tidak mempunyai kreatif untuk berpikir mencari pola umum suatu barisan aritmetika. Dalam menentukan suku ke-n suatu barisan aritmetika, sebagian siswa hanya berpikir menerapkan rumus umum yang telah dihapal sebelumnya, walaupun masih ada sebagian di antara mereka yang belum memahami makna rumus tersebut. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G4 : Sekarang, menentukan rumus suku ke-n pada barisan aritmatika

G4 : Kalau penambahannya tetap,misalnya (menuliskan 3, 5, 7), Berapa lagi?

S : (sebagian mejawab) 9

G4 : (menuliskan 3, 5, 7, 9)

G4 : Bagaimana menentukan rumus suku ke-n pada barisan (menunjuk 3, 5, 7, 9)

G4 : (menuliskan $\underbrace{3, \quad 5,}_{2}\underbrace{\quad 7,}_{+2}\underbrace{\quad 9}_{+2}$

G4 : Pada barisan artimetika (menunjuk 3, 5, 7,9) suku ke satu atau suku pertamanya adalah berapa?

S : (sebagian menjawab) 3

G4 : Untuk mencari suku kesatu (menuliskan U1 = 2 x 1) karena U1 = 2 maka untuk menghasilkan 3 maka ditambah satu (menuliskan U1 = (2 x 1) +1)

G4 : Selanjutnya, suku ke dua adalah 5 maka (menuliskan U2 = (2 x 2) + 1)

G4 : Kalau suku ke tiga adalah (menuliskan U3 = (2x3) +1) Jadi ada keteraturan

G4 : Jadi U1,2 kali 1 (menunjuk 1 pada U1) ditambah 1 (menunjuk (2x1) + 1)

U2, 2 kali 2 (menunjuk 2 pada U2) ditambah 1 (menunjuk (2x2) + 1)

U3, 2 kali 3 (menunjuk 3 pada U3) ditambah 1(menunjuk (2x3) + 1)

G4 : Selalu 2 dikali ini (mennunjuk 1, 2, 3,) dan selalu ditambah dengan 1

G4 : Jadi Kalau suku ke 10 atau U10, maka 2 kali 10 (menunjuk 10 pada U10) hasilnya itu ditambah?

S : (sebagian menjawab)1

G4 : Jadi suku ke-n (menuliskan Un = (2xn) + 1 atau Un = 2n + 1

G4 : Inilah rumus barisan 3,5,7, 9 (menunjuk Un = 2n + 1)

G4 : Atau rumus umumnya yang dijelaskan kemarin yaitu (menuliskan Un = a+(n – 1) b)

G4 : Kalau kita gunakan rumus umumnya (menunjuk Un = a+(n – 1)b), maka pada barisan 3, 5, 7, 9, a-nya berapa?

S : (sebagian menjawab) 3

G4 : Bedanya (b) berapa?

S : (sebagian menjawab)2

G4 : Jadi a atau suku pertama adalah 3 dan b atau beda adalah 2 (menunjuk b pada Un = a + (n – 1)b)

G4 : Maka suku ke-n (menuliskan Un = 3 + (n – 1)2) = 3 + 2n – 2 = 2n + 1)

G4 : Apa gunanya ini ? (menunjuk pada Un = 2n + 1)

G4 : Supaya bisa juga menghitung suku keberapa saja, misalnya sukuke-100 (menulis U100 = 2x100 + 1 = 201)

G4 : Kalau dihitung satu-satu, tidak muat papan tulis. Tapi kalau pakai rumus (menunjuk Un = 2n +1) bisa langsung kita tahu, suku ke-100 itu adalah U100 = 2x100 + 1 berarti 201 (menunjuk U100 = 2x100 + 1 = 201)

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, ketika G4 menjelaskan tentang barisan aritmetika, G4 menjelaskan penyelesaian contoh spontan tentang pola umum barisan aritmetika melalui proses ilustrasi. Contoh spontan yang dimaksudkan yaitu menentukan pola umum atau suku ke-n pada barisan aritmetika 3, 5, 7, 9. G4 menjelaskan bahwa untuk menentukan pola umum barisan terebut, perhatikan beda atau selisih dari dua suku berdekatan, apakah tetap atau tidak. Dijelaskan pula dari contoh tersebut diketahui bahwa bedanya tetap, yaitu 2. Sehingga untuk menentukan suku ke-n (Un) barisan tersebut, 2 menjadi pengali pada bilangan 1, 2, 3, sampai dengan n kemudian ditambahkan dengan satu pada masing-masing hasil kali tersebut, berurutan sesuai dengan urutan suku mulai dari suku pertama sampai dengan suku ke-n. Selanjutnya penjelasan tersebut diilustrasikan bahwa U1 = (2x1) + 1 = 3; U2 = (2x2) + 1 = 5; U3 = (2x3) + 1 = 7. Maka dapat ditemukan pola umumnya, yaitu Un = (2xn) +1. Dijelaskan pula bahwa tujuan menentukan pola umum atau rumusnya adalah untuk memudahkan menentukan suku-suku yang lain, misalnya suku ke 100. Dengan menerapkan pola umum atau rumusnya maka suku ke 100 dapat diperoleh, yaitu U100

= 2x100 + 1 = 201. Namun ketika G4 menjelaskan penentuan suku ke-n seorang siswa (S3) menanggapi “dari mana diperoleh Un = 2n + 1?”. Nampaknya S3 mengalami *trouble jenis sambung* terhadap prosedural. Akibat trouble yang dialami S3, G4 menjelaskan melalui proses klarifikasi. Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

S3 : Bagaiman sehingga mendapatkan Un = 2n + 1 pak?

G4 : Bagaimana caranya membuat pola ini (menunjuk Un = 2n + 1), belum mengerti tadikah ?

S3 : Tidak pak

G4 : Coba perhatikan, pertama yang dilihat ini (menunjuk barisan 3, 5, 7, 9.)

G4 : Bedanya 2 ya?

S3 : Iya pak

G4 : Jadi selalu 2 kali. 2 kali satu, kenapa ini (menunjuk 2x1) dikali satu? karna 1 padaU1atau suku pertamnya, misalnya n-nya adalah 1. Kemudian tambah satu, kenapa ditambah 1 supaya hasilnya sama dengan suku pertama, yaitu 3. Karena ini (menunjuk U1) adalah suku pertama

G4 : Jadi satu ini (menunjuk +1 pada (2 x 1) + 1) kita yang atur, supaya menghasilkan ini (menunjuk 3 pada barisan 3, 5, 7, 9)

G4 : Kemudian kita atur, selalu disini (menunjuk +1) penambahannya sama.

G4 : Jadi selalu 2 kali dengan 1, 2, 3, 4 sampai dengan n, kemudian selalu ditambah satu supaya ada polanya (menunjuk Un = 2n + 1)

G4 : Iya, kemudian sesuaikan dengan ini rumusnya (menunjuk Un = a+(n –1)b). Jadi diuji kebenaran pola yang diperoleh.

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G4 merespon pertanyaan S3 dengan menjelaskan melalui proses klarifikasi. G4 menjelaskan bahwa untuk menentukan rumus suku ke-n, yang menjadi perhatian utama adalah pola barisannya. Apakah barisan tersebut merupakan barisan aritmetika atau barisan geometri. Barisan 3,5,7,9 merupakan barisan aritmetika karena setiap dua suku yang berdekatan mempunyai selisih yang sama atau tetap, yaitu 2. Untuk menentukan suku ke-n (Un), setiap bilangan (1,2,3,4,...,n) yang mewakili urutan suku pertama sampai dengan suku ke-n selalu dikali dengan 2. Hasil kalinya ditambahkan dengan 1 (diatur sendiri) sehingga hasilnya sama dengan suku-suku pada setiap urutan pada barisan tersebut. Selanjutnya G4 menjelaskan bahwa untuk menguji kebenaran pola umum tersebut dapat diuji dengan menggunakan rumus umum Un = a+(n–1)b. G4 menjelaskan suku ke-n pada barisan aritmetika 3,5,7,9 dengan menggunakan rumus umum tersebut melalui proses ilustrasi sebagai berikut. Un = a + (n – 1)b⇔Un = 3 + (n – 1)2 ⇔Un = 3 + 2n – 2 = Un = 2n + 1.Demikian pula G4 lebih sering menjelaskan pembahasan contoh yang diberikan kepada siswa secara perorangan atau individu daripada menjelaskan dihadapan seluruh siswa dalam kelas.

Selanjutnya G4 membahas tentang deret aritmetika dan menjelaskan sebuah contoh. Namun sebelum G4 menjelaskan deret aritmetika, terlebih dahulu dijelaskan tentang cara menentukan suku-suku tertentu pada barisan aritmetika tanpa menggunakan rumus.Hal ini sesuai dengan hasil transkrip rekaman proses pembelajaran matematika dalam kelas sebagai berikut.

G4 : Ya, berikutnya deret. Kalau deret dari barisan aritmetika ini (menunjuk barisan 3, 5, 7, 9), hanya di tambah-tambah.

G4 : Jumlahkan ya, jumlahkan barisan tersebut, ada berapa banyaknya suku yang dijumlahkan, nah itu yang akan di pelajari selanjutnya.

G4 : (menuliskan contoh suatu barisan aritmetika dengan U5 = 8 dan U9 = 20, tentukan (a) suku ke 10; (b) jumlah barisan aritmetika tersebut.

G4 : Penyelesaian contoh ini kalau tidak menggunakan rumus maka bisa saja kita selesaikan dengan cara urutan, misalnya (menuliskan U1, U2, U3, U4, U5, U6, U7, U8, U9, U10.) dan diketahui suku ke lima adalah 8 dan suku ke Sembilan adalah 20.

G4 : Pertanyaannya berapa suku ke sepuluh, ya?

G4 : Kalau kita gunakan cara urutan maka U5 = 8 dan U9 = 20 (menuliskan barisan -4, -1, 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23)

G4 : Sekarang kita gunakan rumus Un. Karena belum diketahui suku pertamanya (a), maka kita cari dulu nilai a nya (menyelsaikan sebagai berikut

Dik. U5 = 8 dan U9 = 20

Un = a + (n – 1) b

U5 = a + (5 –1)b ⇔ U5 = a + 4b ⇔ 8 = a + 4b …………..(1)

U9 = a + (9 –1)b ⇔ U5 = a + 8b ⇔ 20 = a + 8b ……… …..(2)

G4 : Dengan menggunakan cara eliminasi atau substitusi, pelajaran kelas dua dulu makapersamaan (1) dan (2) di atas dapat diselesaikan dengan cara eliminasi sebagai beikut. (menyelesaikan:

a + 4b = 8	a + 4b = 8
a + 8b = 20 -	a + 4(3) = 8
-4b = -12	a + 12 = 8
b = $^{-12}/_{-4}$	a = 8 – 12
b = 3	a = -4

G4 : Karena suku pertama (a) dan bedanya (b) sudah diketahui maka untuk menentukan suku ke 10 atau pertanyaan bagian a), masukkan ke (menunjuk Un = a + (n – 1)b) dan dapat diselesaikan sebagai berikut. (menyelesaikan a)

U10 = ………?

Un = a + (n – 1)b

U10 = -4 + (10 – 1)3 ⇔ U10 = -4 + 9.3 ⇔ U10 = -4 + 27 ⇔ U10 = 23

G4 : Selanjutnya pertanyaan bagian b), kita jumlahkan suku pertama sampai suku ke sepuluh. Kalau kita jumlahkan satu-satu, mudah kalau sedikit suku-sukunya, tapi kalau suku-sukunya banyak maka repot untuk menghitungnya.

G4 : Sekarang kita pakai rumus jumlah pada deret aritmetika, boleh pakai (menuliskan Sn = $^1/_2$n (U1 + Un)) dengan U1 merupakan suku pertama (menunjuk a = 4) dan suku kesepuluh (menunjuk U10 = 23). Sehingga dapat diselesaikan (menyelesaikan

Sn = $^1/_2$n (U1 + Un))

S10 = $^1/_2$10 (-4 + 23) = 5 (19) = 95

G4 : Jadi kalau kita jumlah mulai suku pertama sampai suku kesepuluh hasilnya adalah 95

G4 : Atau kita pakai rumus jumlah pada deret aritmetika yang lain (menuliskan Sn = $^1/_2$n (2a + (n – 1)b) sekarang kita selesaikan (menyelesaikan S10 = $^1/_2$10 (2(-4) + (10 – 1)3) = 5 (-8 + (9)3) = 5 (-8 + 27) = 5 (19) = 95

Berdasarkan interaksi berpikir di atas, G4 membahas tentang deret aritmetika dan memberikan contoh (contoh spontan). Contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi. G4 menjelaskan bahwa pada deret aritmetika menjumlahkan semua suku-suku pada barisan aritmetika.

Untuk menentukan jumlah suku-suku pada barisan tersebut, boleh menjumlahkan setiap suku-suku pada barisan aritmetika, namun terlebih dahulu ditentukan semua suku-suku pada barisan aritmetika tersebut. Atau menentukan jumlah suku pada barisan aritmetika dengan menggunakan rumus. Contoh spontan yang dimaksudkan, yaitu suatu barisan aritmetika dengan U5 = 8 dan U9 = 20, tentukan (a) suku ke 10; (b) jumlah barisan aritmetika tersebut. Selanjutnya G4 menyelesaikan contoh tersebut dengan menentukan setiap suku pada barisan aritmetika, dengan cara menetapkan bilangan masing-masing suku antara suku ke-5 (U5) dengan suku ke-9 (U9). Karena U5 = 8 dan U9 = 20 maka antara (U5) dengan (U9) terdapat U6, U7, dan U8 yang bilangannya antara 8 dengan 20 dengan pola yang sama. Maka diperoleh masing-masing 11 untuk suku ke-6 (U6), 14 untuk suku ke-7 (U7), dan 17 untuk suku ke-8 (U8), dengan pola yang sama menambahkan 3 pada suku berikutnya atau mengurangi 3 pada suku sebelumnya. Sehingga dapat diketahui suku-suku sebelum suku ke-5 (U5), yaitu U1 = -4, U2 = -1, U3 = 2, U4 = 5, dan suku setelah suku ke-9 (U9), yaitu U10 = 23. Proses penyelesaian contoh tersebut melalui proses ilustrasi.Selanjutnya G4 melakukan proses klarifikasi dan ilustrasi dalam menyelesaikan contoh di atas dengan menggunakan rumus Un = a + (n – 1) dan menyelesaikan sebagai berikut.

$$U5 = a + (5-1)b \quad \Leftrightarrow \quad U5 = a + 4b \quad \Leftrightarrow \quad 8 = a + 4b \; \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$U9 = a + (9-1)b \quad \Leftrightarrow \quad U5 = a + 8b \quad \Leftrightarrow \quad 20 = a + 8b \; \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

Persamaan (1) dan (2) di atas dapat diselesaikan dengan cara eliminasi :

$$\begin{array}{rcl} a + 4b & = & 8 \\ a + 8b & = & 20 \; - \\ \hline -4b & = & -12 \end{array}$$

$$b = {}^{-12}/_{-4} = 3$$

b = 3, disubstitusi ke persamaan (1), diperoleh :

$$a + 4b = 8$$

$$a + 4(3) = 8$$

$$a + 12 = 8$$

$$a = 8 - 12 = -4$$

Pada penjelasan contoh spontan di atas, G4 menggunakan rumus melalui proses klarifikasi dan ilustrasi. G4 menjelaskan bahwa menentukan jumlah suku pada barisan aritmetika dapat menggunakan rumus (1): $Sn = {}^{1}/_{2}\, n\,(U1 + Un)$ atau rumus (2) $Sn = {}^{1}/_{2}\, n\,\{2a + (n-1)b\}$. G4 mengilustrasikan suku-suku yang diketahui (U5 = 8 dan U9 = 20) barisan aritmetika pada ke 2 rumus di atas. G4 menjelaskan bahwa rumus (1) dapat digunakan apabila U1 dan Un diketahui.Diketahui U1 = 5 dan U10 = 23, maka $Sn = {}^{1}/_{2} n(U1 + Un) \Leftrightarrow S10 = {}^{1}/_{2} 10\,(-4 + 23) = 5\,(19) = 95$. Selanjutnya G4 menyelesaikan dengan menggunkan rumus (2) sebagai berikut : $Sn = {}^{1}/_{2} n\,\{2a + (n-1)b\} \Leftrightarrow S10 = {}^{1}/_{2} 10\{2(-4) + (10-1)3\} \Leftrightarrow S10 = 5\,(-8 + (9)3) = 5\,(-8 + 27) = 5\,(19) = 95$. Karena contoh spontan yang dijelaskan G4 melalui proses ilustrasi, klarifikasi, dan ilustrasi sekaligus klarifikasi maka contoh spontan tersebut merupakan ***contoh spontan ilustratif, contoh spontan klarifikatif, dan contoh spontan konfirmatif.***

Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pola bilangan berkaitan dengan munculnya contoh spontan klarifikatif dan konfirmatif dapat digambarkan pada Diagram 3.15 berikut.

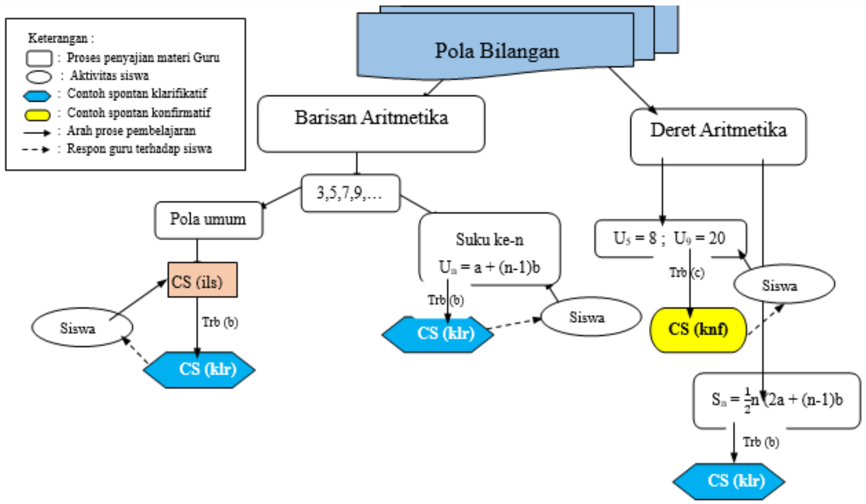


Diagram 3.15. Struktur proses pembelajaran matematika pada materi pola bilangan berkaitan dengan munculnya contoh spontan k rifikatif dan konfirmatif

3.3 Paparan Pembentukan Contoh Spontan kelompok Guru Pemula

Pada pembahasan materi perpangkatan bilangan bulat, G1 menjelaskan sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat yang disertai dengan beberapa contoh, dan contoh tersebut merupakan contoh spontan. Penjelasan contoh spontan tersebut melalui **proses ilustrasi**, misalnya ketika G1 membahas sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat, G1 mengilustrasikan beberapa contoh spontan pada sifat perpangkatan bilangan bulat tersebut. Hal ini dilakukan G1dengan pertimbangan agar konsep yang dipahami tiba-tiba terputus, dapat tersambung kembali. Demikian pula proses penyelesaiannya (prosedur) semakin dapat dipahami.

Bila contoh yang diberikan pada masing-masing sifat perpangkatan bilangan bulat hanya diberikan secara lisan, siswa merasa kebingungan, walaupun materi tersebut hanya merupakan pengulangan pada pelajaran sebelumnya. Sebagian siswa mengalami ***trouble jenis senjang,*** yaitu pemahaman konsep yang keliru, siswa

tersebut memahami bahwa perkalian bilangan berpangkat yang bilangan dasarnya tidak sama, pangkatnya tetap dijumlahkan. Nampaknya ada pemahaman konsep yang keliru terhadap siswa tersebut, sehingga G1 mengklarifikasi bahwa apabila bilangan dasarnya tidak sama maka bilangan dasarnya disamakan terlebih dahulu. Pernyataan tersebut masih sulit dipahami oleh siswa karena hanya disebutkan secara lisan atau tanpa disertai dengan contoh. Sehingga G1 melakukan **proses klarifikasi** dengan memberikan contoh (contoh spontan) 23 x 32, dan menjelaskan bahwa contoh di atas bilangan dasarnya tidak sama maka proses penyelesaiannya seperti perkalian biasa dengan mengubah bilangan berpangkatnya, yaitu 23 = 8 dan 33 = 9 sehingga diperoleh 8 x 9 = 72.

Ketika G1 memberikan contoh perpangkatan bilangan bulat negatif, yaitu -42 dan (-4)2, sebagian siswa melakukan kekeliruan dalam proses penyelesaian contoh tersebut, terjadi ***trouble jenis senjang*** dalam pemahaman konseptual. Siswa tersebut tidak dapat membedakan konsep operasi -42 dan (-4)2, dalam pikiran siswa tersebut bahwa -42 dan (-4)2 adalah sama karena hasilnya adalah 16. Bahkan siswa (S2) yang berpikiran pola terbalik, yaitu -42 yang dikuadratkan adalah -4 (atau pola pikiran S2 adalah -42 = -4 x -4). Sedangkan operasi (-4)2, di pikiran S2 hanya satu yang diberi tanda negatif, yaitu dalam kurung (atau pola pikiran S2 adalah (-4)2 = -4 x 4). Akibat ***trouble*** yang terjadi pada siswa tersebut, G1 melakukan **proses klarifikasi** terhadap operasi -42 dan (-4)2. Proses klarifikasi tersebut dengan menjelaskan bahwa pada perpangkatan bilangan bulat negatif (-42), tanda negatifnya tidak ikut dalam proses perpangkatan, misalnya -42 = -4 x 4 = -16. Sedangkan (-4)2 proses perpangkatannya adalah (-4) x (-4) = 16.

Pada pembahasan materi pecahan, G1 menjelaskan tentang mengubah bentuk model pecahan. Ketika G1 membahas 12 konsep model pecahan, G1 memberikan contoh spontan masing-masing model pecahan tersebut untuk diubah ke model pecahan lain. Misalnya, model pecahan biasa ke pecahan campuran atau sebaliknya, model pecahan biasa ke pecahan desimal atau sebaliknya, model pecahan biasa ke persen atau sebaliknya, model pecahan campuran ke pecahan desimal atau sebaliknya, model pecahan desimal ke persen atau sebaliknya, dan model pecahan campuran ke persen atau sebaliknya. Masing-masing contoh spontan yang dibahas melalui **proses ilustrasi**. Dan pembahasan contoh spontan tersebut (sebanyak 12 contoh spontan), tidak ada tanggapan atau respon dari siswa.

Namun ketika G1 memberikan contoh pecahan desimal berulang (contoh direncanakan 2,3333…, untuk diubah ke pecahan biasa, sebagian siswa mengalami ***trouble jenis senjang dan sendat***. Siswa tersebut tidak memahami proses mengubah pecahan desimal ke pecahan biasa bila lebih dari 2 angka di belakang koma. Hal ini terjadi karena kebiasaan siswa hanya menyelesaikan pada pecahan desimal satu atau dua angka di belakang koma. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G1 memberikan contoh yang berbeda (contoh spontan 5,6666…), dan contoh tersebut dijelaskan melalui **proses klarifikatif**, G1 menjelaskan proses penyelesaiannya dengan menggunakan langka-langkah penyelesaian contoh pecahan desimal berulang 2,3333… Agar siswa dapat memahami prosedur mengubah pecahan berulang ke pecahan biasa atau ke pecahan campuran, G1 memberikan contoh spontan yang berbeda 4,232323… untuk diselesaikan oleh siswa. Namun masih ada siswa yang mengalami ***trouble jenis sendat*** dalam prosedur penyelesaiannya. Sehingga G1 menyelesaikan contoh tersebut melalui **proses klarifikasi.** Penyelesaian melalui proses klarifikasi karena masih ada siswa yang mengalami kesulitan (tersendat) dalam melakukan proses mengubah pecahan desimal berulang ke pecahan biasa. Model pecahan desimal berulang (pecahan desimal berulang dua kali) yang dijelaskan berbeda dengan pecahan berulang (pecahan berulang satu kali) yang dijelaskan sebelumnya.

Ketika G1 memberikan contoh spontan mengubah persen dalam bentuk pecahan desimal 0,5% ke pecahan biasa, sebagian siswa mengalami hambatan prosedural dalam penyelesaian contoh tersebut. Siswa tersebut mengalami kesulitan dalam mengubah ke pecahan lain, bila pecahan yang diubah lebih dari dari satu model pecahan. Kesulitan tersebut terjadi karena kebiasaan siswa hanya menyelesaikan bentuk pecahan yang sederhana, misalnya mengubah persen dalam bentuk bilangan bulat ke pecahan biasa atau ke pecahan campuran. Akibat hambatan yang dialami siswa, G1 memberikan contoh yang berbeda, misalnya mengubah pecahan $33\frac{1}{3}$ % ke pecahan biasa. Contoh tersebut dijelaskan G1 melalui **proses ilustrasi**. Pembahasan contoh tersebut mengklarifikasi proses penyelesaian contoh 0,5% yang dijelaskan sebelumnya. G1 menjelaskan bahwa 0,5% diubah dulu bentuk pecahan desimalnya ke pecahan biasa, kemudian dikalikan dengan persennya (%). Sedangkan $33\frac{1}{3}$ % diubah dulu pecahan campurannya ke pecahan biasa, kemudian dikalikan dengan persennya. Pertimbangan G1 memberikan contoh di atas karena contoh pecahan yang sederhana sering diberikan di SD, maka akan digabungkan contoh yang sederhana dengan yang kompleks. Sehingga siswa dapat mengubah pecahan persen ke pecahan campuran atau pecahan biasa ke persen.

Ketika G1 membahas tentang sifat-sifat penjumlahan pecahan (sifat:komutatif, assosiatif, identitas, tertutup), G1 memberikan contoh pada setiap sifat-sifat penjumlahan yang dibahas dan contoh yang diberikan merupakan contoh spontan. Setiap contoh spontan yang dijelaskan melalui **proses ilustrasi**. Penjelasan setiap contoh spontan tersebut oleh G1 tidak menjadi hambatan bagi siswa karena setiap contoh yang dihasilkan memang sangat sederhana. Sehingga tidak ada tanggapan atau respon dari siswa terkait dengan contoh tersebut akibatnya G1 tidak memberikan contoh lain (berbeda).

Namun ketika G1 membahas tentang operasi penjumlahan pecahan, masih ada siswa yang mengalami hambatan dalam prosedural penjumlahan pecahan. Terjadi perbedaan persepsi terhadap siswa dalam melakukan proses penjumlahan pecahan.

Misalnya ketika G1 membahas penyelesaian penjumlahan pecahan $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$, persepsi siswa bahwa setelah diperoleh KPK dari penyebut kedua pecahan tersebut maka langkah selanjutnya adalah membagi hasil KPK nya dengan penyebut pada masing-masing pecahan, lalu dijumlahkan dengan pembilangnya. Akibat kesalahan persepsi (hambatan) yang dialami siswa tersebut, G1 melakukan **proses klarifikasi** terhadap operasi penjumlahan $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$ dengan menjelaskan bahwa setelah diperoleh KPK dari penyebut masing-masing pecahan, hasil bagi KPKnya dengan penyebut masing-masing pecahan dikalikan dengan pembilangnya. Selanjutnya G1 melakukan **proses ilustrasi** tentang pecahan senilai, dengan mengilustrasikan $\frac{2}{5}$ senilai dengan $\frac{8}{20}$, dan $\frac{3}{4}$ senilai dengan $\frac{15}{20}$. Sehingga diperoleh $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{23}{20}=1\frac{3}{20}$.

Berdasarkan uraian di atas, ketika G1 membahas materi (menanamkan konsep) selalu disertai dengan contoh spontan. Menurut G1 bahwa jika hanya konsep saja yang diberikan (tanpa ada contoh) maka sebagian besar siswa tidak mengerti. Misalnya pada perkalian bilangan berpangkat, ketika hanya mengatakan bahwa perkalian dan berpangkat memiliki bilangan dasar yang sama, maka pangkatnya pasti dijumlahkan, siswa merasa kebingungan tentang apa yang dijelaskan. Demikian pula pemberian contoh spontan yang mudah terlebih dahulu yang berhubungan dengan materi kemudian pemberian contoh spontan ke tingkat kesulitan sedang, setelah itu pemberian contoh spontan ketingkat yang sangat sulit. Dengan alasan di atas, maka G1 memberikan contoh spontan, dan contoh tersebut dijelaskan melalui **proses ilustrasi**.

Ketika G1 menjelaskan contoh spontan melalui proses ilustrasi, sebagian siswa mengalami ***trouble jenis senjang*** atau ada siswa yang menanggapi penjelasan G1, maka G1 memberikan contoh spontan yang berbeda. Contoh tersebut dijelaskan melalui proses klarifikasi. Dalam artian, G1 mengklarifikasi pemahaman konsep

tersebut dengan memberikan contoh spontan yang berbeda. Pertimbangan G1 memberikan contoh spontan yang berbeda, ketika siswa mulai memahami secara konseptual maupun prosedural maka siswa dapat mampu menyelesaikan masalah sehari-hari.

Dalam mengubah bentuk pecahan, G2 tidak terlalu banyak membahas tentang bentuk pecahan, sehingga sangat sedikit contoh yang dihasilkan G2 tentang mengubah bentuk pecahan. Berbeda dengan G1 yang banyak menghasilkan contoh mengubah bentuk pecahan seperti yang dikemukakan di atas. Ketika G2 membahas tentang mengubah bentuk pecahan, metode yang digunakan G2 berbeda dengan metode yang digunakan G1. G2 lebih banyak bertanya kepada siswa. Hal ini dilakukan untuk memancing siswa berpikir melalui tanya jawab. Misalnya, ketika G2 memberikan contoh spontan mengubah bentuk pecahan $\frac{3}{4}$ ke bentuk pecahan desimal. G2 bertanya kepada siswa "bagaimana cara mengubah pecahan $\frac{3}{4}$ ke pecahahn desimal?". Sebagian siswa masih banyak mengalami ***trouble jenis sambung*** dalam mengubah bentuk pecahan $\frac{3}{4}$ ke pecahan desimal. Pada hal contoh tersebut merupakan pengulangan dari materi pecahan di SD. Akibat hambatan yang dialami siswa tersebut, G2 menjelaskan melalui **proses klarifikasi**. G2 mengklarifikasi bahwa untuk mengubah bentuk pecahan biasa atau bentuk pecahan campuran ke bentuk pecahan desimal, penyebutnya harus dijadikan bilangan yang berkelipatan 10. Misalnya berpenyebut 10 atau 100 atau 1000. Sehingga pada contoh $\frac{3}{4}$, penyebutnya dijadikan penyebut 100 karena 100 merupakan kelipatan 10 terkecil yang habis dibagi dengan 4. Dengan demikian, $\frac{3}{4}$ diubah menjadi pecahan berpenyebut 100, yaitu $\frac{3\ x\ 25}{4\ x\ 25}=\frac{75}{100}$. dan selanjutnya mengubah pecahan $\frac{75}{100}$ menjadi pecahan desimal, yaitu 0,75.

Agar siswa dapat memahami konsep mengubah pecahan capuran ke pecahan desimal, G2 memberikan contoh spontan yang berbeda, mengubah pecahan $2\frac{4}{5}$ ke pecahan desimal. G2 menjelaskan contoh tersebut melalui **proses klarifikasi** dengan mengubah terlebih dahulu pecahan campuran $2\frac{4}{5}$ ke pecahan biasa $\frac{14}{5}$. Ketika G2 menunjuk salah seorang siswa (S4) untuk mengubah pecahan biasa $\frac{14}{5}$ menjadi pecahan desimal, S4 menyelesaikan dengan menggunakan cara pembagian, yaitu 14 : 5 = 2,8. Hal ini dilakukan karena cara pembagian lebih muda daripada cara lain. Selanjutnya G2 menunjuk siswa (S3) untuk menyelesaikan dengan cara yang berbeda. S3 menyelesaikan dengan cara mengubah pecahan $\frac{14}{5}$ menjadi pecahan berpenyebut 10 (kelipatan 10 terkecil membagi habis dengan 5), yaitu $\frac{14\ x\ 2}{5\ x\ 2} = \frac{28}{10} = 0{,}28$.

Proses klarifikasi kembali dilakukan G2 ketika ada siswa (S5) yang mengalami ***trouble jenis sendat***. S5 belum dapat memahami kapan penggunaan penyebut 10 maupun penyebut 100. Selanjutnya G2 mengklarifikasi bahwa mengubah suatu bentuk pecahan ke bentuk pecahan desimal, terlebih dahulu pecahan tersebut diubah ke pecahan biasa, lalu penyebutnya harus dijadikan bilangan yang berkelipatan 10, misalnya penyebut 10 atau penyebut 100 atau penyebut 1000. Sehingga dengan mudah mengubah pecahan tersebut kepecahan desimal, misalnya jika berpenyebut 10 maka satu angka di belakang koma, jika peneyebut 100 maka dua angka di belakang koma. Contoh $\frac{28}{10}$, berpenyebut 10 berarti satu angka di belakang koma atau 28 menjadi 2,8.

Pada pembahasan materi bentuk aljabar disertai dengan contoh direncanakan yang diambil dari buku peket. G2 menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi. Penjelasan G2 terhadap contoh tersebut tidak menjadi hambatan bagi siswa karena contoh yang diberikan terlalu sederhana, misalnya menentukan banyaknya

variabel, bilangan konstanta dan koefisien variabel dari bentuk aljabar: 2x; -3p; dan 4x +5. Namun ketika G2 membentuk contoh spontan 2x2 – 3x + 7, sebagian siswa mengalami hambatan dalam memahami konsep bentuk aljabar yang memuat variabel sama. Siswa tersebut berpikiran bahwa variabel x2 dan variabel x, masing-masing satu variabel yang berbeda dalam bentuk aljabar 2x2 – 3x + 7. Akibat hambatan tersebut, G2 menjelaskan melalui proses klarifikasi dengan mengklarifikasi bahwa jika pada bentuk aljabar memuat labih dari satu variabel yang sama dan masing-masing variabel memiliki pangkat yang berbeda maka variabel-variabel pada bentuk aljabar tersebut tetap sama, seperti pada contoh 2x2 – 3x + 7 variabel x2 dan variabel x adalah sama.

Ketika G2 membentuk contoh spontan yang berbeda 2x + 3y – 2y + 3, dan membahas contoh tersebut, sebagian siswa mengalami hambatan dalam memahami konsep suku-suku yang sejenis. Dalam pikiran siswa tersebut bahwa setiap suku pada bentuk aljabar berbeda walaupun variabelnya sama.Akibat kesalahan konsep (hambatan) yang dialami oleh sisws tersebut, G2 melakukan **proses klarifikasi** dalam menjelaskan contoh tersebut. G2 menjelaskan bahwa setiap suku yang memuat variabel dan pangkat sama pada bentuk aljabar disebut suku sejenis. Suku-suku sejenis dikelompokkan, dan pengelompokkannya dijumlah atau dikurangi, sehingga bentuk aljabar 2x + 3y – 2y + 3 menjadi 2x + (3y – 2y) + 3.

Pertemuan selanjutnya, G2 membahas materi tentang penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar disertai dengan contoh spontan, yaitu: (1) 5x +3y; (2) -6x + 10x; (3) 4x + 3 – 6x – 5. Contoh tersebut dijelaskan melalui **proses ilustrasi**. Ketika G2 mengilustrasikan contoh tersebut tidak menjadi hambatan bagi siswa karena contoh tersebut masih sederhana. Namun ketika G2 membentuk contoh spontan yang berbeda atau bentuk aljabar yang memuat beberapa suku yang sejenis 5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6, sebagian siswa mulai bingung. Siswa tersebut mengalami ***trouble***

jenis senjang dalam menentukan suku-suku yang sejenis, ada mengalami hambatan dalam mengelompokkan suku-suku sejenis yang memuat operasi tambah dan kurang (operasi berbeda), dan ada pula mengalami hambatan dalam mengoperasikan suku-suku yang sejenis. Misalnya, beberapa siswa ke papan tulis menyelesaikan contoh $5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6$ secara bergantian, siswa tersebut sudah memahami konsep suku sejenis, dalam artian siswa sudah mampu mengelompokka suku yang sejenis. Namun siswa tersebut tidak dapat menyelesaikan dengan benar. Kesalahan siswa tersebut, ketika menyelesaikan contoh spontan $5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6$. Misalnya siswa (S1) yang mengelompokkan $-2y + 8y$ menjadi $(2 + 8)y$, siswa (S2) mengelompokkan $-2y + 8y$ menjadi $- (2 + 8)y$, dan siswa (S3) mengelompokkan $-2y + 8y$ menjadi $- (-2 + 8)$. Kesalahan yang dilakukan oleh siswa menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami hambatan dalam melakukan prosedur operasi yang berbeda (tambah atau kurang). Akibat hambatan yang dialami oleh siswa, G2 melakukan **proses klarifikasi** terhadap penyelesaian contoh spontan $5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6$ G2 menjelaskan bahwa suku-suku yang sejenis (memuat variabel yang sama atau tidak memuat variabel) dikelompokkan, misalnya $5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6 \Leftrightarrow 5x – 3x – 2y + 8y + 5 – 6 \Leftrightarrow (5 – 3)x + (-2 + 8)y + (5 – 6) \Leftrightarrow 2x + 6y -1$. Menurut G2 bahwa siswa masih lemah atau kurang pada operasi bilangan bulat, misalnya bilangan negatif digabung bilangan positif, termasuk bilangan negatif digabung bilangan negatif, apalagi kalau digabung beberapa suku dari beberapa variabel yang berbeda, masih banyak siswa yang bingung dalam menyelesaikannya. Akibat hambatan yang dialami siswa tersebut, G2 menjelaskan contoh spontan tersebut melalui **proses klarifikasi**.

Dalam pembahasan materi yang disertai dengan contoh spontan, G2 lebih banyak memberikan contoh spontan yang sederhana. Pertimbangan G2 memberikan contoh sederhana adalah kemampuan siswa berbeda-beda, sehingga diberikan contoh yang mudah dulu, seperti satu variabel dan juga memudahkan mereka membedakan antara koefisien negatif dan positif pada variabelnya. Selanjutnya pertimbangan G2 memberikan contoh yang sulit, namun sebagian siswa mengalami hambatan, misalnya ketika G2 memberikan contoh direncanakan $(2xy – 3y2) – (3y – 2y2)$. Contoh tersebut diberikan untuk memancing siswa bertanya, dan supaya terbuka pemikirannya darimana itu diperoleh, kenapa bisa seperti itu?.

Berdasarkan pada pembahasan subjek kelompok guru pemula (G1 dan G2) maka diperoleh bahwa ketika G1 maupun G2 memberikan contoh spontan dan siswa mengalami ***trouble jenis sambung***, maka contoh spontan tersebut dijelaskan melalui **proses ilustrasi**. Namun ketika contoh spontan yang dijelaskan melalui proses ilustrasi terjadi ***trouble jenis senjang atau sendat*** bagi siswa maka G2 memberikan contoh spontan berbeda dan penjelasannya melalui **proses klarifikasi**.

Contoh spontan yang penjelasannya melalui **proses ilustrasi** merupakan ***contoh spontan ilustratif***. Sedangkan contoh spontan yang penjelasannya melalui **proses klarifikasi** merupakan ***contoh spontan klarifikatif***.

Pembentukan contoh spontan oleh Guru pemula dalam proses pembelajaran matematika dapat ditunjukkan pada **Diagram 3.16** berikut.

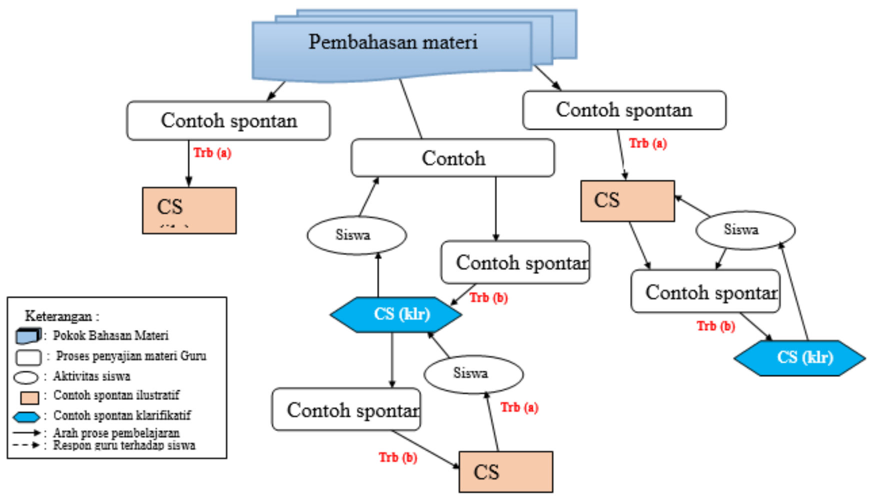


Diagram 3.16. Pembentukan contoh spontan oleh Guru pemula dalam proses pembelajaran matematika

3.4 Paparan Pembentukan Contoh Spontan Kelompok Guru Berpengalaman

Pada pembahasan materi pangkat pecahan disertai dengan contoh spontan, G3 menjelaskan sifat pangkat pecahan dan memberikan contoh spontan, seperti: $5^{\frac{2}{3}}$ dan $2^{\frac{2}{3}}$. Penjelasan contoh spontan tersebut melalui **proses ilustrasi** dengan menggunakan sifat pangkat pecahan, misalnya G3 mengilustrasikan $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$; $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}$. Penjelasan contoh spontan tersebut tidak mengalami hambatan bagi siswa, karena contohnya sangat sederhana. Selanjutnya ketika G3 memberikan contoh spontan yang berbeda, dan meminta siswa untuk menyebutkan jawaban contoh spontan tersebut. G3 menunjuk siswa untuk menyebutkan jawaban contoh spontan tersebut, agar siswa mampu berpikir (ditantang) untuk menemukan jawaban atau penyelesaian contoh spontan tersebut. Namun siswa yang mengalami hambatan (tidak memahami konsep pangkat pecahan atau pangkat akar) tidak dapat menjawab atau menyebutkan penyelesaian contoh spontan tersebut. Misalnya, ketika G3 memberikan contoh menyederhanakan $9^{\frac{4}{5}}$, lalu menunjuk siswa untuk menjawab. Bagi siswa yang mengalami hambatan tidak dapat menjawab atau memberi penyelesaian. Selanjutnya, G3 membahas contoh spontan tersebut melalui **proses klarifikasi**. G3 menjelaskan ulang sifat pangkat pecahan bahwa $\mathrm{P}^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\mathrm{P}^m}$ sehingga $9^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{9^4}$. $\sqrt[5]{3^3}$ Selanjutnya G3 menjelaskan bahwa $\sqrt[5]{9^4}$ dapat disederhankan menjadi 3 $\sqrt[5]{3^3}$ lalu mengilustrasikan $\sqrt[5]{9^4} = \sqrt[5]{3^3} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)} = 3$. Namun penjelasan G3 mendapat respon atau pertanyaan dari siswa (S1). Pertanyaan S1 "darimana diperoleh 3 yang ada dalam akar?". Proses $\sqrt[5]{9^4}$ ke 3 menjadi hambatan bagi S1. Nampaknya S1 mengalami ***trouble jenis sambung***. Akibat trouble tersebut, $\sqrt[5]{3^3}$ G3 mengklarifikasi bahwa bilangan berpangkat dalam pangkat akar (94) dapat diubah menjadi 9x9x9x9 atau (3x3)(3x3)(3x3)(3x3), sehingga $\sqrt[5]{9^4} = \sqrt[5]{9x9x9x9} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$. Karena banyaknya bilangan 3 dalam pangkat akar melebihi (lebih banyak) dari bilangan pangkat akarnya maka bilangan 3 sebanyak lima dikeluarkan dari pangkat akarnya menjadi satu bilangan 3 diluar pangkat akar, dan sisanya (sebanyak tiga) tetap dalam pangkat akar atau $3\sqrt[5]{3x3x3} = 3$.

Selanjutnya G3 memberikan contoh spontan berbeda $\sqrt[3]{81}$, contoh tersebut dijelaskan melalui **proses ilustrasi**. Dijelaskan bahwa 81 = 9 x 9 = (3x3)(3x3) sehingga $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{(3x3)(3x3)} = 3\sqrt[3]{3}$. Namun penjelasan G3 tersebut mendapat tanggapan atau pertanyaan dari siswa (S2). Pertanyaan S2 "bagaimana kalau $\sqrt[3]{81}$ diubah ke dalam bentuk pangkat pecahan?", Dalam pikiran S2 bahwa bila soalnya bentuk pangkat akar maka hasilnya bentuk pangkat pecahan (sesuai sifat pangkat pecahan). G3 menanggapi pertanyaan S2 dengan mengklarifikasi bahwa ada banyak cara yang dapat digunakan untuk menentukan hasil $\sqrt[3]{81}$, ada kemungkinan dalam bentuk pangkat akar, misalnya $3\sqrt[3]{3}$ karena model ini sering juga muncul dalam Ebtanas. Selanjutnya G3 mengilustrasikan cara lain, misalnya $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{(3x3)(3x3)} = 3\sqrt[3]{3^4} = 3^{\frac{4}{3}}$ atau $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{9x9}$ $= \sqrt[3]{9^2} = 9^{2}/_{3}$.

Setelah G3 menjelaskan contoh tersebut, salah seorang siswa (S2) bertanya kepada G3 "bagaimana kalau pangkat akarnya sama dengan pangkat bilangan dalam akar?". Sebelum G3 merespon pertanyaan tersebut, meminta S2 untuk menuliskan contohnya, lalu S2 menuliskan contoh yang dimaksud, yaitu $\sqrt[8]{3^8}$. Selanjutnya, G3 merespon pertanyaan S2 dengan menjelaskan melalui **proses klarifikasi dan proses ilustrasi**. G3 mengklarifikasi bahwa bila bilangan pangkat akarnya sama dengan pangkat bilangan dalam akar maka hasilnya sama dengan bilangan dalam akar yang dipangkatkan. Selanjutnya G3 membahas 3 (tiga) contoh spontan yang berbeda, yaitu :$\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[3]{27}$; dan $\sqrt[3]{125}$, ketiga contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi sebagai berikut: $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$; $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3}$ $= 3$; dan $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$.

Pada pembahasan materi pembagian pada pemangkatan, G3 membahas tentang sifat-sifat pembagian pada pemangkatan. Pembahasan sifat-sifat tersebut $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dengan a, m dan n adalah bilangan bulat dan $a \neq 0$, disertai dengan contoh spontan, yaitu $\frac{2^5}{2^3}$; $\frac{4^7}{4^4}$; dan $\frac{-7^5}{-7^4}$, dan contoh direncanakan $\frac{x^5}{x^2}$. G3 menjelaskan masing-masing contoh spontan tersebut melalui proses ilustrasi. Ketika contoh tersebut diselesaikan melalui proses ilustrasi, tidak menjadi hambatan bagi siswa. Secara prosedural tidak menjadi hambatan bagi siswa karena sifat-sifat pembagian pada pemangkatan tersebut telah dihafal. Misalnya ketika G3 membahas contoh spontan $\frac{4^7}{4^4}$, menunjuk siswa (S4) menjawab sesuai sifat pembagian pada pemangkatan. Ketika S4 menjawab (menyebutkan) 47-4 = 43, G3 menunjuk siswa lain (S5) untuk berpikir, apakah

proses yang disebutkan oleh S4 sudah benar atau salah?. Dan S5 menjawab bahwa proses yang dilakukan S4 sudah benar (dalam pikiran S5 sudah sesuai dengan sifat pembagian pada pemangkatan). Selanjutnya, ketika G3 mengilustrasikan contoh $\frac{4^7}{4^4}$ dan dijelaskan bahwa pangkat (pada pembilang) itu dikurangi dengan pangkat dibawah (pada penyebut), tidak dipikirkan hasilnya positif atau negatif (sambil mengilustrasikan 47-4 = 43).

Walaupun secara prosedural sebagian besar siswa dapat memahami atau dapat menerapkan sifat pembagian pada pemangkatan, namun secara konseptual sebagian siswa tersebut mengalami hambatan. Misalnya siswa tersebut mengalami hambatan bila salah satu bilangan yang berpangkat adalah negatif. Hal ini terungkap ketika G3 merespon pertanyaan salah seorang siswa (S2) "bagaimana kalau pangkat yang di atas (pada pembilang) negatif dan pangkat dibawah (penyebut) positif"?. Dalam pikiran siswa tersebut bahwa pangkatnya (pangkat pembilang dan atau pangkat penye but) selalu positif. Pada hal sifat yang berlaku, bilangan yang berpangkat adalah bilangan bulat dan pangkat dari bilangan bulat tersebut juga bilangan bulat. Selanjutnya G3 memberikan contoh spontan $\frac{5^{-3}}{5^2}$, dan mengilustrasikan contoh tersebut. Ketika G3 menjelaskan contoh tersebut melalui **proses ilustrasi**, sebagian siswa mengalami ***trouble jenis sambung*** terkait dengan operasi bilangan bulat. Siswa tersebut tidak memahami konsep operasi penjumlahan atau pengurangan bilangan bulat. Misalnya ketika pangkat bilangannya dioperasikan, yaitu -3 – 2 sebagian siswa menyebutkan hasilnya sama dengan negatif satu (-1). Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami hambatan dalam operasi penjumlahan atau pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif. Akibat hambatan tersebut G3 melakukan **proses klarifikasi**, dengan mengilustrasikan contoh yang berbeda, misalnya 3 – 2 = 1; 2 – 3 = -1; -2 – 2 = -4; -3 + 2 = -1. dan mengklarifikasi bahwa $\frac{5^{-3}}{5^2}$ = 5-3-2 = 5-5.

Ketika G3 membahas tentang pola bilangan dan menjelaskan makna barisan aritmetika disertai dengan contoh spontan, siswa tidak mengalami hambatan dalam memahami konsep barisan aritmetika. Contoh spontan yang dijelaskan melalui proses ilustrasi terlalu sederhana. Misalnya G3 memberikan contoh barisan aritmetika 1,3,5,7,... dan dijelaskan bahwa setiap suku yang berdekatan selalu berselisih dua. Misalnya suku pertama ditambah dengan dua hasilnya sama dengan suku ke dua, 1 + 2 = 3 (suku ke dua), 3 + 2 = 5 (suku ke tiga), 5 + 2 = 7 (suku ke empat). Untuk suku selanjutnya, G3 menunjuk beberapa siswa untuk menyebutkan suku berikutnya sampai sepuluh suku terakhir. Dan masing-masing siswa tersebut menyebutkan: 7 + 2 = 9; 9 + 2 = 11; 11 + 2 = 13; 13 + 2 = 15; 15 + 2 = 17; 17 + 2 = 19. Kemudian G3 menuliskan suku-suku barisan tersebut 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Ketika G3 memberikan contoh barisan aritmetika 30,27,24, …, lalu menunjuk salah seorang siswa untuk menyebutkan suku berikutnya sampai sepuluh suku terakhir dari barisan aritmetika di atas, siswa tersebut mengalami ***trouble jenis sendat***. Siswa tersebut tidak dapat menyebutkan suku-suku berikutnya sampai sepuluh suku tarkhir. Hal ini terjadi karena dalam pikiran siswa tersebut bahwa pada barisan aritmetika selalu linear, artinya untuk menentukan suku-sukunya selalu ditambah dengan bilangan yang sama pada suku sebelumnya. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut belum memahami konsep barisan aritmetika. Akibat *trouble jenis sendat* yang dialami oleh siswa tersebut, G3 menjelaskan melalui **proses klarifikasi** bahwa pada barisan aritmetika tidak selalu membentuk pola yang linear atau bilangan terkecil ke bilangan terbesar, dan tidak selalu menambahkan bilangan yang sama pada setiap suku untuk memperoleh suku berikutnya. Selanjutnya, G3 menjelaskan contoh spontan tersebut dengan menyebutkan bahwa suku pertama dikurangi suku kedua hasilnya sama dengan suku kedua dikurangi suku ketiga, demikian pula suku ketiga dikurangi suku keempat hasilnya juga sama, yaitu 3. Kemudian mengilustrasikan 30 – 27 = 3; 27 – 24 = 3; 24 – 21 = 3, dan seterusnya. Karena beda (selisih) setiap suku sama dengan 3, maka barisan aritmetika sampai sepuluh suku terakhir yang dimaksud adalah 30, 27, 24, 21, 18, 15, 12, 9, 6, 3.

Pada pembahasan suku ke-n dari suatu barisan aritmetika, G3 menjelaskan bahwa suku ke-n bariasan aritmetika dapat diperoleh dengan menggunakan rumus Un = a + (n – 1)b, dengan Un adalah suku ke-n, a adalah suku pertama, n adalah suku yang dikehendaki (urutan suku), dan b adalah selisih dari dua suku yang berdekatan sesuai dengan urutannya. Kemudian G3 menjelaskan contoh spontan tentang menentukan suku ke 100 dari barisan aritmetika 2,4,6,8, ... Contoh spontan tersebut dijelaskan melalui **proses ilustrasi** dengan menentukan terlebih dahulu suku pertama (a = 2), dan beda (b = 2) pada barisan tersebut. Dan mengilustrasikan U100 = a + (100 – 1)b = 2 + (100 – 1) 2 ⇔ U100 = 2 + (99)2 = 2 + 198 = 200. Namun, ketika G3 selesai menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi, salah seorang siswa (S1) bertanya “ kenapa bisa a = 2 dan b = 2?”. Nampaknya S1 belum memahami konsep suku pertama dan beda pada barisan aritmetika. Ini menunjukkan bahwa S1 mengalami ***trouble jenis sambung,*** yaitu ada konsep yang terputus dalam pikiran siswa. Akibat trouble tersebut, G3 menjelaskan melalui **proses klarifikasi** bahwa urutan bilangan pada barisan aritmetika itu merupakan suku-suku barisan tersebut. Urutan pertama pada barisan aritmetika merupakan suku pertama pada barisan tersebut, dan diberi simbol (notasi) “ a”. Sedangkan selisih (hasil pengurangan) dari dua suku yang berdekatan sesuai dengan urutannya selalu sama, dan diberi simbol “ b “. Sehingga pada contoh spontan barisan aritmetika 2,4,6,8,.., suku pertama adalah 2 (a = 2), selisih dua suku berdekatan, yaitu 4 – 2 = 6 – 4 = 8 – 6 = 2 (b = 2).

Berdasarkan uraian di atas, pertimbangan G3 mengambil beberapa contoh spontan adalah salah satu cara untuk menjaring siswa berpikir. Menurut G3 bahwa ketika memberikan contoh tidak terpaku pada buku karena kadang buku itu langsung contoh yang sulit. Sementara itu tidak ada juga materinya dibuku itu maka selalu kembangkan dari apa yang ada dibuku, jadi contoh dibuat sendiri. Contoh dibuat sendiri supaya siswa termotivasi belajar karena kalau contoh dalam buku yang diberikan belum tentu mencatat, dengan mencatat pasti ada sedikit tertanam dalam pikirannya bahwa begini caranya.

Pertimbangan lain G3 memberikan contoh spontan adalah supaya contoh itu bervariasi dan menantang sehingga siswa yang suka dengan tantangan itu akan selalu termotivasi untuk belajar matematika. Tadinya tidak tertarik belajar matematika, akhirnya semakin termotivasi belajar matematika.

Pembahasan materi merasionalkan pecahan bentuk akar yang dibahas oleh G4 merupakan kelanjutan dari pembahasan materi pertemuan sebelumnya. Namun penulis tidak membahas materi pertemuan sebelumnya yang dimaksud karena penulis tidak berada dilokasi ketika itu sehingga tidak memproleh data.

Menurut G4 bahwa pada pertemuan sebelumnya, masih ada sebagian siswa yang mengalami ***trouble jenis sambung*** terhadap prosedural dalam memahami merasionalkan pecahan bentuk akar, khususnya pecahan bentuk akar suku dua. Ketika G4 membahas contoh (contoh spontan) merasionalkan pecahan bentuk akar suku dua $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$, sebagian siswa mengalami hambatan dalam melakukan proses penyelesaian merasionalkan pecahan bentuk akar tersebut. Siswa tersebut tidak dapat melakukan langkah selanjutnya dari contoh $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami ***trouble jenis senjang*** dalam prosedural proses penyelesaian merasionalkan pecahan bentuk akar. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, maka G4 menjelaskan melalui **proses klarifikasi dan proses ilustrasi**. Ketika G4 menjelaskan contoh $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$, G4 menglarifikasi bahwa yang perlu diperhatikan pada pecahan bentuk akar tersebut (maksudnya $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$) adalah tanda operasi pada penyebut

pecahan bentuk akar tersebut. Karena operasi pada penyebut pecahan bentuk akar $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$ adalah tambah maka $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$ harus dikalikan dengan $\frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$. Selanjutnya, G4 menyelesaikan melalui **proses ilustrasi**, yaitu $\frac{3}{5+\sqrt{2}} \times \frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}} = \frac{3(5-\sqrt{2})}{(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2})}) = \frac{15-3\sqrt{2})}{25-(5\sqrt{2})+(5\sqrt{2})-2} = \frac{15-3\sqrt{2})}{25-2} = \frac{15-3\sqrt{2})}{23} = \frac{3(5-\sqrt{2})}{23} = \frac{3}{23}(5-\sqrt{2})$.

Nampaknya masih ada siswa (S3) yang mengalami hambatan dalam melakukan operasi penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif, artinya siswa tidak memahami sifat identitas terhadap operasi penjumlahan bilangan bulat. Misalnya ketika G3 menjelaskan $25 - (5\sqrt{2}) + (5\sqrt{2}) - 2 = 23$, S3 tidak memahami tentang $-(5\sqrt{2}) + (5\sqrt{2}) = 0$. Dalam pikiran S3 bahwa $\sqrt{2}$ pada suku pertama ditambah $\sqrt{2}$ pada suku kedua tidak sama dengan 0. Akibat hambatan tersebut, G4 menjelaskan melalui **proses klarifikasi** bahwa yang dioperasikan (dijumlahkan) bilangan setiap suku, $-(5\sqrt{2})$ dan $(5\sqrt{2})$ masing-masing satu suku sehingga berdasarkan sifat identitas pada operasi penjumlahan berlaku $-(5\sqrt{2}) + (5\sqrt{2}) = 0$. Selanjutnya G3 mengilustrasikan non contoh untuk memperjelas konsep operasi bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif. Misalnya hutang 1000 lalu dibayar 750 atau model matematikanya -1000 + 750 = -250; hutang 1000 lalu hutang lagi 750 atau model matematika -1000 – 750 = 1.750; hutang 750 lalu dibayar 1000 atau model matematika -750 + 1000 = 250.

Selanjutnya G4 membahas materi tentang fungsi linier, contoh (contoh spontan) yang diberikan dijelaskan melalui proses ilustrasi. Misalnya contoh tersebut adalah menentukan daerah hasil dengan diagram panah dan grafik dari fungsi $f(x) = 3x + 2$ dengan daerah asal $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Ketika G4 menjelaskan daerah hasil dengan diagram panah, G4 mengilustrasikan daerah hasil ($f(x)$ = y) yang diperoleh dari daerah asal (x) melalui diagram panah.

Demikian pula ketika G4 menjelaskan daerah hasil dengan grafik, diilustrasikan sebuah gambar grafik pada koordinat kartesius. Kemudian pasangan berurutan (x,y) dipasangkan pada kordinat kartesius dengan masing-masing pasangan berurutan membentuk sebuah titik, dan titik-titik pasangan berurutan dihubungkan membentuk sebuah garis lurus.

Pada pembahasan materi tentang pola bilangan, G4 menjelaskan barisan aritmetika. Pembahasan barisan aritmetika disertai dengan contoh spontan dan contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi dan proses kalrifikasi. Misalnya contoh spontan menentukan rumus suku ke-n (pola umum) dari barisan 3,5,7,9. Ketika G4 menjelaskan penyelesaian contoh tersebut (menentukan suku ke-n atau pola umumnya) melalui proses ilustrasi, sebagian siswa mengalami ***trouble jenis sambung*** terhadap faktual dan prosedural. Siswa tersebut mengalami kesulitan menentukan pola umum atau rumus suku ke-n dari suatu barisan aritmetika. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut maka G4 menjelaskan melalui proses klarifikasi. G4 mengklarifikasi bahwa untuk menentukan rumus suku ke-n (pola umum) dari barisan 3,5,7,9, yang menjadi perhatian adalah pola barisannya, dengan memperhatikan apakah pola barisan aritmetika atau pola barisan geometri. Menentukan suku ke-n (Un), setiap bilangan (1,2,3,…n) mewakili urutan suku pertama sampai suku ke-n selalu dikalikan dengan 2, lalu hasil kalinya tambahkan dengan 1 (diatur sendiri) sehingga hasilnya sama dengan suku-suku pada setiap urutan pada barisan tersebut. Selanjutnya, dijelaskan untuk menguji kebenaran pola umum tersebut dapat diuji dengan menggunakan rumus umum Un = a+(n– 1)b.

Pada pembahasan deret aritmetika disertai dengan contoh spontan, G4 membahas contoh spontan tersebut melalui **proses ilustrasi**. Contoh spontan yang dimaksud adalah menentukan suku ke 10 dan jumlah barisan deret aritmetika dari barisan aritmetika U5 = 8 dan U9 = 20. Ketika G4 menjelaskan contoh spontan tersebut, G4 mengilustrasikan dengan menuliskan suku pertama sampai

dengan suku kesepuluh. Kemudian menetapkan bilangannya pada masing-masing suku dengan cara menghitung langsung (tanpa menggunakan rumus deret aritmetika). Hal ini mudah dilakukan bila suku barisannya tidak banyak. Namun bila suku barisannya banyak, cara ini tidak cocok diterapkan. Selanjutnya G4 menjelaskan melalui **proses ilustrasi** dengan menerapkan bentuk umum suku ke-n (rumus suku ke-n) untuk menetukan suku pertama (a) dan beda (b). Setelah suku pertama dan beda diperoleh, G2 mengilustrasikan dengan menentukan bilangan dari masing-masing suku (mulai suku pertama sampai dengan suku kesepuluh). Selanjutnya suku-suku tersebut dijumlahkan sehingga diperoleh jumlah deret aritmetika dari U5 = 8 dan U9 = 20. Tentu dengan cara di atas akan mudah dilakukan oleh siswa bila suku-suku barisannya tidak banyak.

Nampaknya siswa mengalami kesulitan dalam menentukan jumlah barisan deret aritmetika, apabila banyak suku-suku barisannya. Dalam hal ini, siswa mengalami ***trouble jenis senjang.*** Sehingga G4 mengklarifikasi bahwa ada dua cara yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah barisan deret aritmetika, yaitu dengan cara rumus Sn = $^1/_2$ n (U1 +Un) dan rumus Sn = $^1/_2$ n {2a + (n – 1)b. Penggunaan rumus tersebut tergantung unsur-unsur yang diketahui pada soal. Selanjutnya G4 menerapkan kedua rumus tersebut untuk menentukan suku pertama (a), beda (b), dan jumlah barisan deret aritmetika tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, pertimbangan G4 memberikan contoh spontan adalah memberikan beberapa contoh yang agak sederhana supaya siswa sudah bisa mengerjakan contoh atau soal yang lain bila diberikan contoh yang berbeda. Artinya kalau sudah dipahamkan beberapa contoh, dia sudah bisa mengkontruksi sendiri. Akhirnya kalau siswa itu melihat contoh atau soal di buku siswa tidak mengalami kesulian karena siswa sudah paham konsepnya atau prosedur penyelesaiaannya.

Berdasarkan pembahasan subjek kelompok guru berpengalaman atau guru ahli (G3 dan G4), diperoleh bahwa ketika G3 maupun G4 memberikan contoh spontan yang bervariasi, contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi. Dan ketika contoh spontan yang dijelaskan terjadi ***trouble jenis sambung dan atau senjang*** (kesulitan konsep dan atau kesalahan prosedural) bagi siswa, contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses klarifikasi. Selanjutnya ketika contoh spontan dijelaskan melalui proses ilustrasi dan terjadi ***trouble jenis sendat*** bagi siswa maka dijelaskan melalui proses klarifikasi atau ketika contoh spontan dijelaskan melalui proses klarifikasi dan terjadi ***trouble jenis sendat*** bagi siswa maka dijelaskan melalui proses ilustrasi atau dalam artian melalui ***proses konfirmasi***.

Pembentukan contoh spontan oleh guru berpengalaman dalam proses pembelajaran matematika dapat ditunjukkan pada **Diagram 3.17** berikut.

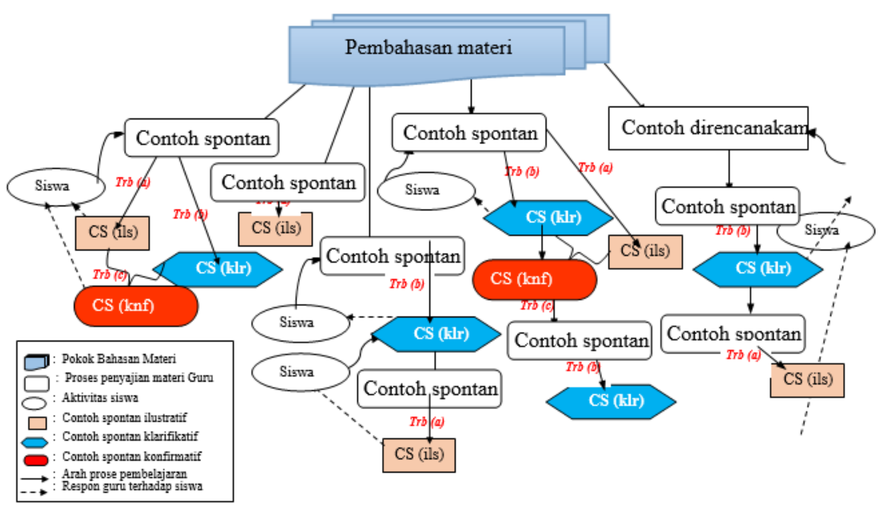


Diagram 3.17. Pembentukan contoh spontan oleh guru berpengalaman dalam proses pembelajaran matematika

BAB IV
PEMBAHASAN

Penulisan buku ini menemukan 3 (tiga) karakteristik contoh spontan dari proses interaksi berpikir guru - siswa dalam pembelajaran matematika. Tiga temuan tersebut yaitu : (1) contoh spontan ilustratif, (2) contoh spontan klarifikatif, dan (3) contoh spontan konfirmatif.

Berikut ini diuraikan deskripsi tiga temuan karakteristik contoh spontan dari proses interaksi berpikir guru - siswa dalam pembelajaran matematika sebagai berikut:

4.1. Deskripsi pembentukan contoh spontan ilustratif

4.1.1 Pembentukan contoh spontan ilustratif kelompok guru pemula dalam pembelajaran matematika.

Pembentukan contoh spontan ilustratif kelompok guru pemula (G1 dan G2) terjadi ketika G1 dan G2 membahas materi disertai dengan contoh spontan. Pembentukan contoh spontan ilustratif yang dihasilkan oleh G1 lebih variatif daripada yang dihasilkan oleh G2, G1 lebih banyak menghasilkan contoh spontan ilustratif dan bervariasi ketika membahas materi, misalnya ketika G1 membahas sifat-sifat perpangkatan bilangan bulat, G1 mengilustrasikan beberapa contoh spontan pada sifat perpangkatan bilangan bulat tersebut. Hal ini dilakukan G1 dengan pertimbangan agar konsep yang dipahami tiba-tiba terputus, dapat tersambung kembali. Demikian pula proses penyelesaiannya (prosedur) semakin dapat dipahami.

Selanjutnya, G1 menjelaskan bahwa dalam mengubah bentuk pecahan, ada 12 model pecahan dapat dibentuk. Ketika G1 menjelaskan konsep dari setiap model pecahan yang dibentuk, dimunculkan satu contoh spontan dan contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi. Pertimbangan G1 menjelaskan contoh spontan yang dimunculkan melalui proses ilustrasi, agar siswa dapat dengan mudah memahami konsep model pecahan yang dibentuk. Namun ketika G1 menjelaskan mengubah persen dalam bentuk pecahan campuran ke pecahan biasa, sebagian siswa mengalami *trouble jenis tak sambung.* Dalam hal ini ada konsep yang terputus (tak sambung) dalam pikiran siswa tersebut, sehingga tidak memahami prosedur (prosedural) mengubah persen bentuk pecahan campuran ke pecahan biasa. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G1 menjelaskan contoh spontan mengubah persen bentuk pecahan campuran ($33\frac{1}{3}$%) ke pecahan biasa melalui proses ilustrasi. Demikian pula, ketika G1 menjelaskan mengubah pecahan campuran ke persen, sebagian siswa mengalami *trouble jenis tak sambung.* Dalam hal ini ada konsep yang tak sambung dalam pikiran siswa tersebut, yaitu tidak mampu mengubah pecahan campuran ke pecahan biasa terlebih dahulu, sehingga tidak memahami prosedur (prosedural) mengubah persen bentuk pecahan campuran ke pecahan biasa. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G1 menjelaskan contoh spontan mengubah pecahan campuran ($1\frac{5}{8}$) ke persen melalui proses ilustrasi.

Ketika G2 membahas tentang mengubah bentuk pecahan, metode yang digunakan G2 berbeda dengan metode yang digunakan G1. G2 lebih banyak bertanya kepada siswa. Hal ini dilakukan G2 agar siswa terpancing untuk berpikir melalui tanya jawab. Selanjutnya G2 memberikan contoh spontan mengubah pecahan $\frac{3}{4}$ ke pecahan desimal. G2 bertanya kepada siswa "bagaimana cara mengubah pecahan $\frac{3}{4}$ ke pecahahn desimal?". Sebagian siswa mengalami *trouble jenis tak sambung*, artinya siswa mengalami kesulitan prosedural untuk mengubah pecahan $\frac{3}{4}$ ke pecahan desimal.

Padahal soal semacam ini sudah sering dipelajari sewaktu belajar di SD. G2 menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi dengan mengilustrasikan pecahan $\frac{3}{4}$ diubah menjadi pecahan berpenyebut 100, yaitu $\frac{3\ x\ 25}{4\ \ x\ 25} = \frac{75}{100}$ dan selanjutnya mengubah pecahan $\frac{75}{100}$ menjadi pecahan desimal, yaitu 0,75. Dari penjelasan G2, masih ada beberapa siswa yang bingung darimana 0,75. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut belum memahami konsep pecahan desimal. Akibat troubel yang dialami siswa tersebut, G2 melakukan proses ilustrasi dengan menjelaskan bahwa bila pecahan itu berpenyebut 10, misalnya $\frac{1}{10}$ maka hasil pecahan desimalnya satu angka dibelakang koma dan menuliskan $\frac{1}{10} = 0{,}1$. Selanjutnya mengilustrasikan contoh yang berbeda, yaitu $\frac{1}{100}$ dan menjelaskan kalau berpenyebut 100 maka hasilnya dua angka dibelakang koma menuliskan $\frac{1}{100} = 0{,}01$.

Ketika G2 menjelaskan penjumlahan bentuk aljabar disertai dengan contoh spontan, misalnya: 5y + 3y; -6x + 10y, siswa tidak mengalami hambatan ketika G2 menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi. Pertimbangan G2 memunculkan contoh spontan tersebut agar siswa mudah memahami konsep penjumlahan bentuk aljabar, sehingga bila diberikan contoh penjumlahan bentuk aljabar yang terdiri dari beberapa variabel yang berbeda tidak mengalamai hambatan. Namun ketika G2 menjelaskan contoh yang berbeda 4x + 3 – 6x – 5 yang merupakan bentuk aljabar yang memuat suku-suku sejenis, sebagian siswa mengalami *trouble jenis tak sambung*. Siswa tersebut mengalami hambatan terhadap konseptual dan prosedural dalam mengelompokkan suku-suku sejenis. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G2 membentuk contoh spontan 2x + 3y + 3x – 2y dan menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses ilustrasi. G2 menjelaskan bahwa setiap suku yang memuat variabel yang sama pada bentuk aljabar disebut suku sejenis. Suku-suku sejenis dikelompokkan sehingga bentuk aljabar 2x + 3y + 3x – 2y menjadi (2x + 3x) + (3y – 2y) = 5x + y.

Berdasarkan pembahasan di atas, G1 maupun G2 menjelaskan contoh spontan melalui proses ilustrasi ketika siswa mengalami *trouble jenis tak sambung* terhadap konseptual maupun prosedural. Sedangkan contoh spontan yang dijelaskan melalui proses ilustrasi merupakan contoh spontan ilustratif. Dengan demikian, G1 dan G2 (guru pemula) memunculkan *contoh spontan ilustratif* ketika siswa mengalami *trouble jenis tak sambung* terhadap konseptual maupun prosedural dalam proses pembelajaran matematika.

4.1.2 Pembentukan contoh spontan ilustratif kelompok guru berpengalaman dalam pembelajaran matematika.

Pembentukan contoh spontan ilustratif pada kelompok guru berpengalaman (G3 dan G4) terjadi ketika G3 dan G4 membahas materi disertai dengan contoh spontan yang bervariasi. Misalnya ketika G3 membahas tentang sifat-sifat pembagian pada pemangkatan disertai dengan contoh spontan, yaitu $\frac{2^5}{2^3}$; $\frac{4^7}{4^4}$; dan $\frac{-7^5}{-7^4}$. Sebelum contoh tersebut dijelaskan G3, terlebih dahulu menunjuk siswa untuk menjawab secara lisan tentang jawaban contoh tersebut. Namun masih ada beberapa siswa yang tidak bisa menjawab atau mengalami *trouble jenis tak sambung*. Ketika G3 menjelaskan sifat-sifat pembagian pada pemangkatan $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dengan a, m dan n adalah bilangan bulat dan $a \neq 0$, nampaknya semua siswa paham, artinya konsep tersebut dapat dipahami dengan baik. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami kesulitan faktual, ketika melihat simbol yang berbeda maka siswa tersebut mulai bingung. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G3 menjelaskan contoh spontan $\frac{2^5}{2^3}$; $\frac{4^7}{4^4}$; dan $\frac{-7^5}{-7^4}$ melalui proses ilustrasi dengan menerapkan sifat-sifat pembagian pada pemangkatan, misalnya mengilustrasikan $\frac{2^5}{2^3}$ = 25-3 = 22. Demikian pula contoh $\frac{4^7}{4^4}$ dan $\frac{-7^5}{-7^4}$ dijelaskan melalui proses ilustrasi dengan cara yang sama.

Karena contoh spontan yang dimunculkan tidak variatif atau semua pangkat bilangannya positif. Seorang siswa (S2) bertanya "bagaimana kalau pangkat yang di atas (pada pembilang) negatif dan pangkat dibawah (penyebut) positif"?. Dalam pikiran siswa tersebut bahwa pangkatnya (pangkat pembilang dan atau pangkat penyebut) selalu positif. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami *trouble jenis senjang* artinya ada perbedaan konsep dalam pikiran siswa. Pada hal sifat yang berlaku, bilangan yang berpangkat adalah bilangan bulat dan pangkat dari bilangan bulat tersebut juga bilangan bulat. Selanjutnya G3 merespon pertanyaan siswa tersebut dan memberikan contoh spontan $\frac{5^{-3}}{5^2}$, lalu menjelaskan melalui proses ilustrasi dengan menerapkan sifat-sifat pembagian pada pemangkatan.

Ketika G3 menjelaskan sifat-sifat bentuk pangkat pecahan, disertai dengan contoh spontan dan contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi, misalnya G1 menjelaskan $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3x3x3x3} = \sqrt[3]{3^4}$. Namun ada siswa yang mengalami *trouble jenis senjang*, dalam hal ini terjadi pemahaman konsep yang berbeda antara G3 dengan siswa. Dalam pikiran siswa bahwa bila yang disederhanakan adalah akar pangkat maka hasilnya adalah bentuk pangkat pecahan sesuai sifat-sifat bentuk pangkat pecahan. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G3 menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi dengan menyelesaikan beberapa cara menyederhanakan pangkat akar $\sqrt[3]{81}$ ke bentuk pangkat pecahan, misalnya $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = \backslash^{4/3}$; $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{9^2} = 9^{2/3}$.

Selanjutnya G4 membahas materi merasionalkan pecahan bentuk akar disertai dengan bebarapa contoh non spontan dan dijelaskan contoh tersebut. Ketika G4 memberikan contoh spontan $\frac{2}{\sqrt{5}}$, lalu menunjuk siswa untuk menyelesaikan. Namun beberapa siswa yang ditunjuk tidak dapat menyelesaikan dengan alasan lupa cara menyelesaikannya. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami *trouble jenis tak sambung* terhadap prosedural. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G3 menjelaskan contoh spontan $\frac{2}{\sqrt{5}}$ melalui proses ilustrasi $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ x } \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$.

Ketika G4 memunculkan contoh spontan $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$, sebagian siswa mengalami *trouble jenis tak sambung.* Siswa tersebut mengalami hambatan prosedural dalam menyelesaikan contoh tersebut. Akibat trouble yang dialami siswa, G4 menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses ilustrasi.

Berdasarkan pembahasan di atas, G3 maupun G4 menjelaskan contoh spontan melalui proses ilustrasi ketika siswa mengalami *trouble jenis tak sambung* terhadap konseptual maupun prosedural. Namun G3 juga menjelaskan contoh spontan melalui proses ilustrasi ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang.* Sedangkan contoh spontan yang dijelaskan melalui proses ilustrasi merupakan contoh spontan ilustratif. Dengan demikian, G3 dan G4 (guru berpengalaman) memunculkan *contoh spontan ilustratif* ketika siswa mengalami *trouble jenis tak sambung* dan ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang* terhadap konseptual maupun prosedural dalam proses pembelajaran matematika.

Temuan 1:
Contoh spontan ilustratif terjadi ketika guru membahas materi namun siswa mengalami *trouble jenis tak sambung*, yaitu pemahaman konsep matematika yang terputus pada faktual, konseptual atau prosedural.
Contoh spontan ilustratif terjadi ketika guru membahas materi namun siswa mengalami *trouble jenis senjang* (perbedaan pemahaman atau konsep antara guru dengan siswa) sehingga guru menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses ilustrasi agar pemahaman konsep yang terputus dapat tersambung kembali, dan tidak mengalami miskonsepsi.

4.2. Deskripsi Pembentukan contoh spontan Klarifikatif

4.2.1 Pembentukan contoh spontan klarifikatif kelompok guru pemula dalam pembelajaran matematika.

Pembentukan contoh spontan klarifikatif kelompok guru pemula (G1 dan G2) terjadi ketika G1 dan G2 membahas materi disertai dengan contoh spontan. Pembentukan contoh spontan klarifikatif terjadi ketika siswa mengalami hambatan (kesulitan konsep atau kesalahan prosedural). Misalnya sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang* dalam pemahaman konseptual, siswa tersebut memahami bahwa perkalian bilangan berpangkat yang bilangan dasarnya tidak sama, pangkatnya tetap dijumlahkan. Nampaknya ada pemahaman konsep yang keliru terhadap siswa tersebut, sehingga G1 mengklarifikasi bahwa apabila bilangan dasarnya tidak sama maka bilangan dasarnya disamakan terlebih dahulu. Pernyataan tersebut masih sulit dipahami oleh siswa karena hanya disebutkan secara lisan atau tanpa disertai dengan contoh. Sehingga G1 melakukan proses klarifikasi dengan memberikan contoh (contoh spontan) 23 x 32, dan menjelaskan bahwa contoh di atas bilangan dasarnya tidak sama maka proses penyelesaiannya seperti perkalian biasa dengan mengubah bilangan berpangkatnya, yaitu 23 = 8 dan 33 = 9 sehingga diperoleh 8 x 9 = 72.

Ketika G1 memberikan contoh perpangkatan bilangan bulat negatif, yaitu -42 dan (-4)2, sebagian siswa melakukan kekeliruan dalam proses penyelesaian contoh tersebut, terjadi *trouble jenis senjang* dalam pemahaman konseptual. Siswa tersebut tidak dapat membedakan konsep operasi -42 dan (-4)2, dalam pikiran siswa tersebut bahwa -42 sama dengan (-4)2 karena hasilnya adalah 16. Bahkan siswa (S2) yang berpikiran pola terbalik, yaitu -42 yang dikuadratkan adalah -4 (atau pola pikiran S2 adalah -42 = -4 x -4). Sedangkan operasi (-4)2, dipikiran S2 hanya satu yang diberi tanda negatif, yaitu dalam kurung (atau pola pikiran S2 adalah (-4)2 = -4 x 4). Akibat trouble yang terjadi pada siswa tersebut, G1 melakukan proses klarifikasi terhadap operasi -42 dan (-4)2. Proses klarifikasi tersebut dengan menjelaskan bahwa pada perpangkatan bilangan bulat negatif (-42), tanda negatifnya tidak ikut dalam proses perpangkatan, misalnya -42 = -4 x 4 = -16. Sedangkan (-4)2 proses perpangkatannya adalah (-4) x (-4) = 16.

Sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang* ketika G1 menjelaskan contoh pecahan desimal berulang 2,3333…, untuk diubah ke pecahan biasa. Hal ini menjadi hambatan bagi siswa tersebut karena kebiasaan siswa hanya menyelesaikan pada pecahan desimal satu atau dua angka di belakang koma. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G1 memberikan contoh spontan 5,6666…, dan contoh tersebut dijelaskan melalui proses klarifikatif. G1 menjelaskan proses penyelesaiannya dengan menggunakan langka-langkah seperti pada penyelesaian contoh pecahan desimal berulang 2,3333…diubah kepecahan biasa. Namun ketika G1 memunculkan contoh spontan yang berbeda 4,232323… untuk diselesaikan oleh siswa, nampaknya masih ada siswa yang mengalami *trouble jenis sendat* dalam prosedur penyelesaiannya. Siswa tersebut tidak mampu atau tersendat dalam melakukan proses penyelesaian contoh spontan tersebut. Akibat trouble yang dialami oleh siswa tersebut, G1 menjelaskan contoh tersebut melalui proses klarifikasi.

Ketika G2 memunculkan contoh spontan 2x2 – 3x + 7, sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang.* Siswa tersebut memahami bahwa x2 dan x pada bentuk aljabar tersebut masing-masing satu variabel yang berbeda. Selanjutnya, G2 menjelaskan melalui proses klarifikasi bahwa bentuk aljabar 2x2 – 3x + 7 hanya memiliki satu variabel, walaupun satu variabel berpangkat satu dan satu variabel berpangkat dua, tetapi karena masing-masing variabel yang sama (variabel x) maka bentuk aljabar tersebut hanya memiliki satu variabel, yaitu variabel x.

Pembahasan materi bentuk aljabar yang dijelaskan oleh G2 disertai dengan contoh yang diambil dari buku peket (contoh direncanakan). Ketika G2 menjelaskan contoh tersebut, sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang* (perbedaan konsep atau miskonsepsi antara guru dengan siswa) dalam mengelompokkan suku-suku sejenis. Siswa tersebut melakukan kesalahan ketika mengelompokkan suku-suku sejenis yang berbeda tanda operasinya. Misalnya Siswa (S1) menyelesaikan contoh spontan bentuk aljabar 5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6, dengan mengelompokkan suku-suku sejenis menjadi (5 – 3)x + (2 + 8)y + 5 – 6; Siswa (S2) mengelompokkan suku-suku sejenis menjadi (5 – 3)x – (2 + 8)y + 5 – 6; dan Siswa (S3) mengelompokkan suku-suku sejenis menjadi (5 – 3)x – (-2 + 8)y + 5 – 6. Sehingga kesalahan yang dilakukan siswa tersebut mengakibatkan kesalahan pada proses selanjutnya dalam penyelesaian bentuk aljabar tersebut. Kesalahan yang dilakukan oleh siswa menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami hambatan dalam melakukan prosedur operasi yang berbeda (tambah atau kurang). Akibat trouble yang dialami oleh siswa tersebut, G2 melakukan proses klarifikasi terhadap penyelesaian contoh spontan 5x – 2y + 5 – 3x + 8y – 6. G2 menjelaskan bahwa suku-suku yang sejenis (memuat variabel yang sama atau tidak memuat variabel) dikelompokkan, misalnya 5x–2y + 5 – 3x + 8y – 6 ⇔ 5x– 3x – 2y + 8y + 5 – 6 ⇔ (5–3)x + (-2+8)y + (5–6) ⇔ 2x + 6y -1.

Berdasarkan pembahasan di atas, G1 maupun G2 menjelaskan contoh spontan melalui proses klarifikasi ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang* terhadap konseptual maupun prosedural. Sedangkan contoh spontan yang dijelaskan melalui proses klarifikasi merupakan contoh spontan klarifikatif. Dengan demikian, G1 dan G2 (guru pemula) memunculkan *contoh spontan klarifikatif* ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang* terhadap konseptual maupun prosedural dalam proses pembelajaran matematika.

4.2.2 Pembentukan contoh spontan klarifikatif kelompok guru berpengalaman dalam pembelajaran matematika.

Pembentukan contoh spontan klarifikatif kelompok guru berpengalaman (G3 dan G4) terjadi ketika G3 dan G4 membahas materi disertai dengan contoh spontan. Ketika G3 membahas materi pangkat pecahan dan menjelaskan contoh spontan tentang sifat-sifat pangkat pecahan. Misalnya, G3 memberikan contoh spontan menyederhanakan $9^{\frac{4}{5}}$, lalu menunjuk siswa untuk menjawab. Bagi siswa yang mengalami *trouble jenis sendat* tidak dapat menjawab atau menyelesaikan contoh spontan tersebut. Selanjutnya, G3 membahas contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi. G3 menjelaskan ulang sifat pangkat pecahan bahwa $\mathrm{P}^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\mathrm{P}^m}$ sehingga $9^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{9^4}$. Selanjutnya G3 menjelaskan bahwa $\sqrt[5]{9^4}$ dapat disederhankan menjadi $\sqrt[5]{(3^2)^4}$ sehingga $\sqrt[5]{9^4} = \sqrt[5]{(3^2)^4} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)} = 3\sqrt[5]{3^3}$.

Selanjutnya, ketika G3 membahas barisan aritmetika dan memberikan contoh spontan 30,27,24,…G3 menunjuk salah seorang siswa untuk menyebutkan suku berikutnya sampai sepuluh suku terakhir. Namun siswa tersebut mengalami *trouble jenis senjang* (pemahaman yang berbeda), tidak dapat menyebutkan suku-suku berikutnya, karena dalam pikiran siswa tersebut pola barisan aritmetika selalu linier dari bilangan terkecil ke bilangan terbesar. Akibat hambatan yang dialami siswa tersebut, G3 menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi.

Ketika G4 membahas materi barisan aritmetika dan memberikan contoh spontan menentukan pola umum barisan 3,5,7,9,…,sebagian siswa mengalami *trouble jenis senjang* dalam memahami menentukan pola umum barisan aritmetika tersebut. Pola barisan aritmetika yang ada dalam pikiran siswa adalah pola umum Un = a + (n-1)b. Sehingga bila menyelesaikan contoh seperti di atas, siswa tersebut hanya menerapkan rumus umum yang ada dalam pikirannya, tanpa mau berpikir bagaimana proses pembentukan pola umum atau rumus suku ke-n. Akibat hambatan tersebut G4 menjelaskan melalui proses klarifikasi.

Berdasarkan pembahasan di atas, G3 maupun G4 menjelaskan contoh spontan melalui proses klarifikasi ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang* dan *trouble jenis sendat* terhadap faktual atau konseptual atau prosedural. G3 memunculkan (membentuk) contoh spontan dan menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang dan trouble jenis sendat.* Sedangkan G4 memunculkan (membentuk) contoh spontan dan menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses klarifikasi ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang.* Contoh spontan yang dibentuk dan dijelaskan melalui proses klarifikasi merupakan contoh spontan klarifikatif. Dengan demikian, G3 dan G4 (guru berpengalaman) memunculkan *contoh spontan klarifikatif* ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang* dan ketika siswa mengalami *trouble jenis sendat* terhadap faktual, konseptual maupun prosedural dalam proses pembelajaran matematika.

Temuan 2:
Contoh spontan klarifikatif terjadi ketika guru membahas materi matematika namun siswa mengalami *trouble jenis senjang*, yaitu perbedaan konsep (miskonsepsi) atau perbedaan pemahaman pada faktual, konseptual matematika atau prosedural.
Contoh spontan klarifikatif terjadi ketika guru membahas materi matematika namun siswa mengalami *trouble jenis sendat*, yaitu terjadi kebuntuan dalam memahai konsep maupun prosedural.

4.3 Deskripsi Pembentukan contoh spontan Konfirmatif

Pembentukan contoh spontan konfirmatif kelompok guru berpengalaman dalam pembelajaran matematika.

Pada pembentukan contoh spontan konfirmatif atau pembentukan contoh spontan melalui proses ilustrasi dan proses klarifikasi tidak dihasilkan oleh guru pemula. Pembentukan contoh spontan ini memang memerlukan kreativitas seorang guru dalam menjelaskan suatu contoh baik contoh spontan maupun contoh non spontan. Dalam analisis penulis, pembentukan contoh spontan konfirmatif hanya dihasilkan oleh guru berpengalaman (G3 dan G4). Misalnya ketika G3 memunculkan contoh spontan menyederhanakan $9^{\frac{4}{5}}$, dan menjelaskan contoh tersebut melalui proses klarifikasi, menjelaskan ulang sifat pangkat pecahan bahwa $\mathrm{P}^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\mathrm{P}^m}$ sehingga $9^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{9^4}$. Selanjutnya G3 menjelaskan bahwa $\sqrt[5]{9^4}$ dapat disederhankan menjadi $\sqrt[5]{(3^2)^4}$ sehingga $\sqrt[5]{9^4} = \sqrt[5]{(3^2)^4} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)} = 3\sqrt[5]{3^3}$. Hal dijelaskan melalui proses klarifikasi oleh G3 karena ada siswa yang mengalami *trouble jenis sendat*, tidak dapat menjawab atau menyelesaikan contoh spontan tersebut. Namun penjelasan G3 mendapat respon atau pertanyaan dari siswa (S1). Pertanyaan S1 "darimana diperoleh 3 yang ada dalam akar?". Nampaknya S1 mengalami *trouble jenis tak sambung,* yaitu proses $\sqrt[5]{9^4}$ ke $3\sqrt[5]{3^3}$ menjadi hambatan bagi S1. Akibat hambatan tersebut, G3 mengilustrasikan bahwa bilangan berpangkat dalam pangkat akar (94) dapat diubah menjadi 9x9x9x9 atau (3x3)(3x3)(3x3)(3x3), sehingga $\sqrt[5]{9^4} = \sqrt[5]{9x9x9x9} = \sqrt[5]{(3x3)(3x3)(3x3)(3x3)}$. Karena banyaknya bilangan 3 dalam pangkat akar melebihi (lebih banyak) dari bilangan pangkat akarnya maka bilangan 3 sebanyak lima dikeluarkan dari pangkat akarnya menjadi satu bilangan 3 diluar pangkat akar, dan sisanya (sebanyak tiga) tetap dalam pangkat akar atau $3\sqrt[5]{3x3x3} = 3\sqrt[5]{3^3}$

Ketika G3 memberikan contoh spontan menyederhanakan $\sqrt[3]{81}$, dan contoh spontan tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi. Dijelaskan G3 bahwa 81 = 9 x 9 = (3x3)(3x3) sehingga $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{(3x3)(3x3)} = 3\sqrt[3]{3}$. Selanjutnya G3 mengklarifikasi bahwa ada banyak cara yang dapat digunakan untuk menentukan hasil $\sqrt[3]{81}$, ada kemungkinan dalam bentuk akar pangkat 3, misalnya $3\sqrt[3]{3}$ karena model ini sering juga muncul dalam Ebtanas. Setelah G3 menjelaskan contoh spontan tersebut, salah seorang siswa (S2) bertanya kepada G3 "bagaimana kalau pangkat diluar sama dengan pangkat di dalam pada bentuk akar?". Nampaknya siswa S2 mengalami *trouble jenis senjang.* Namun, Sebelum G3 merespon pertanyaan tersebut, meminta S2 untuk menuliskan contohnya, lalu S2 menuliskan contoh yang dimaksud, yaitu $\sqrt[8]{3^8}$. Selanjutnya, G3 merespon pertanyaan S2 dengan menjelaskan melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi. G3 mengklarifikasi bahwa bila bilangan akar pangkatnya sama dengan pangkat bilangan dalam akar maka hasilnya sama dengan bilangan dalam akar yang dipangkatkan. Selanjutnya G3 mengilustrasikan 3 (tiga) contoh spontan yang berbeda, yaitu :$\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[3]{27}$; dan $\sqrt[3]{125}$, ketiga contoh tersebut dijelaskan melalui proses ilustrasi sebagai berikut: $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$; $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$; dan $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$.

Ketika G4 membahas contoh (contoh spontan) merasionalkan pecahan bentuk akar suku dua $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$, sebagian siswa mengalami *trouble jenis sendat* dan *trouble jenis tak sambung* dalam melakukan proses penyelesaian merasionalkan pecahan bentuk akar tersebut. Siswa tersebut tidak dapat melakukan langkah selanjutnya dari contoh $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$. Ini menunjukkan bahwa siswa tersebut mengalami hambatan dalam prosedural dalam menyelesaikan merasionalkan pecahan bentuk akar. Akibat trouble yang dialami siswa tersebut, G4 menjelaskan melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi. Ketika G4 menjelaskan contoh $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$, G4 menglarifikasi bahwa yang perlu diperhatikan pada pecahan bentuk akar tersebut (maksudnya $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$) adalah tanda operasi pada penyebut pecahan bentuk akar tersebut. Karena operasi pada penyebut pecahan bentuk akar $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$ adalah tambah maka $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$ harus dikalikan dengan $\frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$. Selanjutnya G4 menyelesaikan melalui proses ilustrasi, yaitu $\frac{3}{5+\sqrt{2}} \times \frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}} = \frac{3(5-\sqrt{2})}{(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2})}) = \frac{15-3\sqrt{2})}{25-(5\sqrt{2})+(5\sqrt{2})-2} = \frac{15-3\sqrt{2})}{25-2} = \frac{15-3\sqrt{2})}{23} = \frac{3(5-\sqrt{2})}{23} = \frac{3}{23}(5-\sqrt{2})$.

Namun masih ada siswa (S3) yang mengalami hambatan dalam melakukan operasi penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif, artinya siswa tidak memahami sifat identitas terhadap operasi penjumlahan bilangan bulat. Misalnya ketika G3 menjelaskan $25-\left(5\sqrt{2}\right)+\left(5\sqrt{2}\right)-2$ = 23, S3 tidak memahami tentang $-\left(5\sqrt{2}\right)+\left(5\sqrt{2}\right)$ = 0. Dalam pikiran S3 bahwa $\sqrt{2}$ pada suku pertama ditambah $\sqrt{2}$ pada suku kedua tidak sama dengan 0. Akibat hambatan tersebut, G4 menjelaskan melalui proses klarifikasi bahwa yang dioperasikan (dijumlahkan) bilangan setiap suku, $-\left(5\sqrt{2}\right)$ dan $\left(5\sqrt{2}\right)$ masing-masing satu suku sehingga berdasarkan sifat identitas pada operasi penjumlahan berlaku $-\left(5\sqrt{2}\right)+\left(5\sqrt{2}\right)$ = 0. Selanjutnya G3 mengilustrasikan non contoh untuk memperjelas konsep operasi bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif. Misalnya hutang 1000 lalu dibayar 750 atau model matematikanya -1000 + 750 = -250; hutang 1000 lalu hutang lagi 750 atau model matematika -1000 – 750 = 1.750; hutang 750 lalu dibayar 1000 atau model matematika -750 + 1000 = 250.

Berdasarkan pembahasan di atas, G3 maupun G4 menjelaskan contoh spontan melalui proses klarifikasi dan proses ilustrasi atau proses konfirmasi ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang* dan *trouble jenis sendat* terhadap faktual atau konseptual atau prosedural. G3 memunculkan (membentuk) contoh spontan dan

menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses konfirmasi ketika siswa mengalami *trouble jenis sendat dan trouble jenis tak sambung.* atau ketika siswa mengalami *trouble jenis sendat dan trouble jenis senjang.* Sedangkan G4 memunculkan (membentuk) contoh spontan dan menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses konfirmasi ketika siswa mengalami *trouble jenis sendat* dan *trouble jenis senjang*. Contoh spontan yang dibentuk dan dijelaskan melalui proses konfirmasi merupakan contoh spontan konfirmatif. Dengan demikian, G3 dan G4 (guru berpengalaman) memunculkan *contoh spontan konfirmatif* ketika siswa mengalami *trouble jenis senjang* dan *trouble jenis sendat* atau ketika siswa mengalami *trouble jenis sendat* dan *trouble jenis senjang* terhadap faktual, konseptual maupun prosedural dalam proses pembelajaran matematika.

Temuan 3:

Contoh spontan konfirmatif terjadi ketika guru membahas materi namun siswa mengalami *trouble jenis sendat*, yaitu tidak lancar atau tersendat atau terhenti pada faktual atau konseptual atau prosedural dan dan *trouble jenis senjang,* yaitu perbedaan konseptual atau perbedaan pemahaman antara guru dengan siswa, sehingga guru menjelaskan contoh spontan tersebut melalui proses konfirmasi, yaitu contoh spontan yang dibentuk dijelaskan melalui proses klarifikasi, lalu membentuk contoh spontan yang berbeda dan menjelaskan contoh tersebut melalui proses ilustrasi. Atau menjelaskan contoh melalui proses ilustrasi, lalu membentuk contoh spontan berbeda dan menjelaskan melalui proses klarifikasi, agar pengetahuan atau pemahaman tidak lagi tersendat atau terhenti terhadap faktual atau konseptual atau prosedural maupun masalah dalam kehidupan sehari-hari.

DAFTAR RUJUKAN

Abdurrahman, Mulyono. 2009. *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar.* Jakarta : PT. Rineka Cipta.

Andersong, W. Kratwohl, R. David 2010. *Pembelajaran, Pengajaran, dan Assesmen*. Jakarta: Pustaka Pelajar. Penerjemah: Agung Prihantoro

Anthony & Walshaw. 2009. *Characteristics of Effective Teaching of Mathematics: A View from the West Thinking Like a Mathematician.* Journal of Mathematics Education © *Education for All* December 2009, Vol. 2, No. 2, pp.147-164 http://educationforatoz.org/images/_9734_12_Glenda_Anthony.pdf

Atkinson, R. K., Derry S. J., Renkel A., & Wotham, D. (2000). *Learning from Examples:Intrcutional Principles from the Work-Out Examples Research*. *Review of Educational Research*, 70(2), 181-214.

Ball, DL. Bass, H 2003. *Making mathematics reasonable in school*. In: Kilpatrick J, standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics, Reston.

Bills, Dreyfus. T, Mason. J. 2006. *Exemplication in Mathematics Education.* Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Prague, Czech Republic: PME. http://users.mct.open.ac.uk/jhm3/pme30rf/pme30rfpaper.pdf

Buchbinder , Zaslavsky. 2011. *Is this a coincidence? The role of examples in fostering a need for proof.* ZDM Mathematics Education (2011) 43:269–281

Chapman, Olive. 2013. *Mathematical-task knowledge for teaching.* Journal Mathematics Teacher Education (2013) 16:1–6 http://download.springer.com/static/pdf

Cobb, Paul, Wood, and Yackel. 1992. *Classroom as Learning Environments for Teaching and Research.* Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, Number 4, 1992, pp 125-146.

Copur, Y. Gencturk & Lubienski T. *Sarah. 2013 Measuring mathematical knowledge for teaching: a longitudinal study using two measures* J Math Teacher Educ (2013) 16:211–236

Creswell, John, W. 2012. *Research Design, Pendekatan Kualitatif, Kuantitatif, dan Mixed.* Pustaka Pelajar. Cleban Timur-Yogyakarta

Dreyfus, Tommy. 2012. *Constructing Abstract Mathematical Knowledge In Context* Proceding International Congress on Mathematical Education. COEX, Seoul, Korea. http://www.icme12.org/upload/submission/1953_F.pdf

Deborah, Loewenberg. Ball, Heather C. Hill, & Brian, Rowan. 2005. *Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement.* Journal: American Educational Research. Vol. 42, No. 2.

Eggen, Paul. Jacobsen, David & Kauchak, Don. 2009. *Methods for Teaching. Metode- metode Pengajaran.* PT. Indeks. Jakarta

Eggen, Paul & Kauchak, Don. 2012. Strategi dan Model Pembelajaran*. Mengajarkan Konten dan Keterampilan Berpikir.*PT. Indeks. Jakarta

Gabriel, J. & Andreas, J. Stylianides. 2006. *Content Knowledge For Mathematics teaching: The Case Of Reasoning And Proving.* Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, http://www.emis.de/proceedings/PME30/5/201.pdf

Gerven, P. W. M., Paas, F., Van Merriënboer, J. J. G., & Schmidt, H. G. (2002). *Cognitive load theory and aging: Effects of worked examples on training efficiency.* Learning and Instruction, 12, 87-105.

Goldenberg & Mason. 2008. *Shedding light on and with example spaces.* Educ Stud Math (2008) 69:183–194 http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-008-9143-3#page-1

Gürsel, Güler. 2011, *The visual representation usage levels of mathematics teachers and students in solving verbal problems.* International Journal of Humanities and Social Science Vol. 1 No. 11. http://www.ijhssnet.com/journals/Vol_1_No_11_Special_pdf

Hattie, John. 2003. *Teachers Make a Difference What is the research evidence?* Australian Council for Educational Research Annual Conference on: Building Teacher Quality *http://www.education.auckland.ac.nz/webdav/site/education/shared/hat.pdf*

Herman, Tatang. 2005. *Pembelajaran Matematika Berbasis Masalah untuk Menumbuh kembangkan Kemampuan Penalaran Adaptif dan Kompetensi Strategik Siswa SLTP*. Makalah, Universitas Pendidikan Bandung. http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA.pdf

Huang, L. Francis & Moon, R. Tonya. 2009. *Is experience the best teacher? A ultilevel analysis of teacher characteristics and student achievement in low performing schools*. Educ Asse Eval Acc (2009) 21:209–234 http://christyhiett.wiki.westga.edu/file/view/Is+experience+the+teacher.pdf

Kalogrides, Demetra, Susanna. Loeb, & Tara. Béteille. 2012. *Systematic Sorting: Teacher Characteristics and Class Assignments*. Forthcoming in *Sociology of Education.*

Kamid, Aty Mulyani1, & Damris, Muhamad. . 2012. *Proses Konstruksi Pengetahuan Siswa Bertipe Belajar Visual.* Jurnal: Edu-Sains Volume 1 No.2. http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=.php%2Fedusa

Kennedy, M. Mary. 2002. *Knowledge And Teaching [1]. Teachers And Teaching: Theory And Practice, Vol. 8, No. 3/4, 2002*

Jennifer, Rice King. 2010. *The Impact of Teacher Experience Examining the Evidence and Policy Implications.* National Center for analysis of Longitudinal Data in Education Research. URBAN INSTITUTE. http://www.urban.org/uploadedpdf/1001455-impact-teacher-experience.pdf

Lederman, N.G. Abd-El-Khalick, F. 2000. *Improving science teachers' conception of the nature of science: A critical review of the literature*. International Journal of Science Education. 191-012-9520-2 http://www.bu.edu/hps-scied/2012/10/Abd-El-Khalick-Teaching-With-.pdf

Leiken, Rosa & Zaslavsky. 1997. *Facilitating Student Interaction in Mathematics in a Cooperative Learning Setting.* Journal for Research in Mathematics Education. Volume 28, Number 3, May 1997. Pp 331- 354

Leung, K Antonini, Presmeg, Maria, Mariotti, Zaslavsky. 2011. *On examples in mathematical thinking and learning.* ZDM Mathematics Education (2011) 43:191–194

Mason, J. Burton & Stacey, K. 2010. *Thinking Mathematically*. Pearson Education is not responsible for content of third party internet sites. ISBN: 978-0-273-72891-7. Second edition published 2010

Mason & Klymchuk, 2009. *Counterexamples in Calculus Imperial College Press,* London, 2009, 116 pp, paperback, ISBN: 9781848163607 http://journals.heacademy.ac.uk/doi/abs/10.11120/msor.2010.10020005

McCoy, L.P., et. al (1996). *Using Multiple Representation to Communicate: an Algebra Challenge*. In P.C. Elliot & M.J. Kenney (Ed). Yearbook Communication in Mathematics K-12 and Beyond. Reston. VA: NCTM.

Muñoz, M & Chang, F. (2008*). The elusive relationship between teacher characteristics and student academic achievement growth: A longitudinal multilevel model for change.* Journal of Personnel. Evaluation in Education, 20, 147–164.

NCTM, 2000. *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston VA: NCTM http://www.nctm.org/uploadedFiles/Math_Standards/12752_exec_pssm.pdf

Nievelstein, F., Van Gog, T., Van Dijck, G., & Boshuizen, H. P. A. (2010). *The worked example and expertise reversal effect in less structured tasks: Learning to reason about legal cases*. Manuscript submitted for publication

Nohda & Shigeo, K. 2000. On Teaching Mathematical Thinking. In O.Toshio (Ed.), *Mathematical Education in Japan* (pp. 26-28). Japan: JSME.

Nührenbörger, M., & Steinbring, H. (2009), *Forms of mathematical Interaction in different social settings: examples from students', teachers' and teacher–students' communication about mathematics*. Journal of Mathematics Teacher Education: DOI 10.1007/s10857-009-9100-9.

Paridjo. 2008. *Sebuah Solusi Mengatasi Kesulitan Belajar Matematika.* PGSD FKIP-UT Dpk UPBJJ- UT Semarang. http://docplayer.info/356637-Sebuah-solusi-mengatasi-kesulitan-belajar-matematika-oleh-drs-paridjo-m-pd.html

Steinbring, H. 2006, *Noticing Children's Learning Processes – Teachers Jointly Reflect On Their Own Classroom Interaction For Improving Mathematics Teaching.* Journal of Mathematics Teacher Education: DOI 10.1007/s10857-006-0004 –7

Shulman & Harel. 2005. *Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and Its Development*. Mathematical Thinking And Learning, *7*(1), 27–50 *Department of Mathematics University of California, San Diego. http://ktl.jyu.fi/img/portal/6248/Advanced_Mathematical_Thinking.pdf*

Simon, A, M. (1995*). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective*. Journal for Research in Mathematics Education, 26(2), 114–145. http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT7050/Students/Gainey/Article%20.pdf

Sternberg, Robert, J. 2008. *Psikologi Kognitif.* Pustaka Pelajar. Cleban Timur-Yogyakarta

Stronge, H. James. 2013. *Kompetensi Guru-guru Efektif.* PT. Indeks. Jakarta

Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction—An epistemological perspective* (Vol. 38). Berlin: Springer. (Mathematics Education Library).

Subanji. 2011. *Teori Berpikir Psedudo Penalaran Kovariasional*. UM Press. Malang

Suradi. 2005. *Interaksi Belajar Mengajar Dalam Pembelajaran Matematika Secara Kooperatif*. Surabaya. Disertasi. Tidak dipulikasikan. Surabaya: Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya

Tirosh, D & Tsamir, P. (2004). *What can mathematics education gain from the conceptual change approach? And what can the conceptual change approach gain from its application to mathematics education?* Learning and Instruction, 14(5), 535–540. http://isites.harvard.edu/fs/docs/files/Tirosh%20and%20Tsamir.pdf

Tsamir, P & Levenson, E. (2008). *Intuitive nonexamples : the case of triangles*. Educ Stud Math, 69, 81-95.

Van, Gog. Kester. Paas. 2011. *Compared to Problem Solving Effects of Worked examples, Example-Problem Pairs, and Problem-Example Pairs.* ZDM Mathematics Education (2011) 43:257–267 http://www.openuniversiteit.nl/Docs/Expertise/OTEC/VanGog_SIG671

Vinner, Shlomo. 2011, *The role of examples in the learning of mathematics and in everyday thought processes.* ZDM Mathematics Education (2011) 43:247–256. DOI 10.1007/s11858-010-0304-3

Vosniadou, S., & Verschaffel, L. (2004). *Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching*. Learning and Instruction, 14(5), 445–451

Walshaw, M. 2012. *Teacher knowledge as fundamental to effective teaching practice* Journal Mathematics Teacher Education (2012) 15:181–185 http://download.springer.com/static/pdf/

Watson, A & Mason, J. (2006). *Seeing an exercise as a single mathematical object: Using variation to structure sense-making*. Mathematical Thinking and Learning, 8(2), 91–111. DOI 10.1207/s15327833mtl0802_1

Watson, Anne. 2011. *Qualities of Examples in Learning and Teaching*. Qualities of examples in learning and teaching. *ZDM, 43,* 283-194.. http://www.link.springer.com/article/10.1007%2Fs11858-010-0301-

Webb, Noreen, W. 1992. *Task-Related Verbal Interaction and Mathematical Learning in Small Groups.* Journal for Research in Mathematics Education. Volume 22, Number 5, pp. 366-389.

Williams, Gaye. 2007. *Abstracting in the Context of Spontaneous Learning. Mathematics Education Research Journal 2007, Vol. 19, No. 2, 69–88* www.merga.net.au/.../MERJ_19_2_**Williams**.pdf

Wong, M & Evans, D. (2007). *Studetns' conceptual understanding of equivalent fractions.* Retrieved February 15, 2009, from http://www.merga.net.audocumentsRP782007.pdf

Yackel, Erna & Cobb, Paul 1992. Small Group Interactions as A Source of Learning Opportunities in Second-Grade Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education. Volume 22, Number 5, pp. 390-408

Yuan, Hsiao. Ling, Hung. Feng, Lan. 2013. *Integrating Worked Examples Into Problem Posing in Web-Based Learning Environment.* TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology – April 2013, volume 12 Issue 2 http://www.tojet.net/articles/v12i2/12216

Zodik, Iris & Zaslavsky, Orit. 2008. *Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom.* Educ Stud Math (2008) 69:165–182.

Zaslavsky, Orit. 2006, *A Teacher's Treatment Of Examples As Reflection Of Her Knowledge-Base* Proceedings 30th

Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 5, pp. 457-464.

Zaslavsky, Orit & Lavie, Orna. 2008. *Teachers' Use of Instruksional Examples* Educ Stud Math (2008) 69:165–182. http://www.weizmann.ac.il/g-math/icmi/zaslavsky_Orit.

Zaslavsky, Orit. Antonini, Presmeg, Mariotti. 2011. *On examples in mathematical thinking and learning*. ZDM Mathematics Education (2011) 43:191–194. http://download.springer.com/static/pdf/

Zazkis, Rina & Chernoff, J. Egan. 2008. *What makes a counterexample exemplary ?* Jurnal : Educ Stud Math (2008) 68:195–208. Springer Science http://www.link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs10649-008-9110-

it Used in Teaching. Proceedings of CERME 6, January 28th-February 1st 2009, Lyon France © INRP 2010 http://www.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/.../wg12-13-zazkis

Bardelle & Luigi. 2011. *Definitions and examples in elementary calculus: the case of monotonicity of functions.* ZDM Mathematics Education (2011) 43:233–246 http://link.springer.com/article/10.1007/s11858-010-0303-4#page-1

Bock, D. Dirk. 2011. *Characteristics of Effective Teaching of Mathematics: An Evidential Synthesis.* Journal for Research in Mathematics Education 2011, Vol. 42, No. 2, 109–26.

Elbers, ED. 2003, *Classroom Interaction As Reflection: Learning And Teaching Mathematics In A Community Of Inquiry.* Educational Studies in Mathematics. DOI 10.1023/b:educ.0000005211.95182.90

Hill, Rowan. B & Loewenberg D. Ball. 2005. *Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement.* American Educational Research Journal. 2005, Vol. 42, No. 2, pp. 371–406

Katherine, M. & Degner. 2012. *Teaching through Problem Solving*. The Mathematics Teacher, Vol. 105, No. 6 (February 2012), pp. 455-459 http://www.jstor.org/stable/10.5951/mathteacher.105.6.0455 .

Lee. Soo Jin. 2011. *Mathematics Teachers' Reasoning About Fractions and Decimals Using Drawn Representations*. Mathematical Thinking and Learning, 13: 198–220, 2011. Copyright © Taylor & Francis Group, LLC ISSN: 1098-6065 online http://www.tandfonline.com/doi/10.1080/10986065.2011.564993#preview

Leiken R. & Dinur S. 2007. *Teacher flexibility in mathematical discussion.* Journal of Mathematical Behavior 26 (2007) 328–347 http://www.scirp.org/journal/

Liberante, Lauren. 2012. *The importance of teacher–student relationships, as exploredthrough the lens of the NSW Quality Teaching Model.* Journal of Student Engagement: Education matters. *2012, 2 (1), 2–9.* http://ro.uow.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1008&context=jseem

Merriënboer, J. J. G, Van Gog, T., Paas, F., &. (2006). *Effects of process-oriented workedexamples on troubleshooting transfer performance.* Learning and Instruction, 16, 154-164.

NCTM, 1989. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston VA: NCTM. http://www.mathcurriculumcenter.org/PDFS/summaries/standards.pdf

Olanoff E. Dana. 2011. *Mathematical Knowledge for Teaching Teachers: The Case of Multiplication and Division of Fractions*. Mathematics - Dissertations *Syracuse University.* http://surface.syr.edu/mat_etd

Rina Zazkis . Rina & Leikin. Roza. 2008. *Exemplifying definitions: a case of a square* Educ Stud Math (2008) 69:131–148. http://link.springer.com/article/10.1007/s10649-008-9131-7#page-1

Rowland. 2008. *The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary Mathematics.* Jurnal: *Educ Stud Math (2008)* 69:149–163. http://www.educ.cam.ac.uk/people/staff/rowland/

Susanti, Elly. 2012. *Meningkatkan Penalaran Siswa Melalui Koneksi Matematika.* Makalah Disajikan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNY. Yogyakarta.

Tucker, M. Elliot & Harden, K. Paige. 2012, *Learning motivation mediates gene-by-socioeconomic status interaction on mathematics achievement in early childhood.* Learning and Individual Differences. DOI 10.1016/j.lindif.2011.11.015

Webb, Noreen. W. 1992. *Task-Related Verbal Interaction and Mathematical Learning in Small Groups.* Journal for Research in Mathematics Education. Volume 22, Number 5, Nopember 1991. pp. 366-389.